

## TD 6. Réseaux de Petri temporisés

On considère un système constitué de deux processus séquentiels, l'un producteur, l'autre consommateur.

Le producteur fournit de façon répétitive des blocs de données, un bloc à la fois. Ces données sont traitées de façon répétitive, un bloc à la fois, par le processus consommateur.

Les blocs produits sont déposés dans un tampon d'où ils sont extraits dans l'ordre d'arrivée par le processus consommateur. Les blocs sont tous de taille identique et l'on a réservé pour les échanges entre les deux processus un tampon de taille égale à deux blocs.

La production d'un bloc n'est pas lancée tant qu'il n'y a pas d'emplacement disponible dans le tampon où écrire ce bloc de données.

1. Représenter le système à l'aide d'un réseau de Petri. Porter une attention particulière au marquage initial  $x(p_i)$  des places  $p_i$ .

2. On suppose que les deux processus sont exécutés sur deux processeurs distincts d'une machine multi-processeurs. Chaque processus est actif dès que les conditions pour l'exécution d'une itération sont satisfaites (modélisé par une durée nulle pour les transitions correspondantes du réseau de Petri ; dans la version temporisée du réseau on distinguera les transitions temporisées de ces transitions de durée nulle).

Ecrire, en termes de max et +, les équations reliant les instants  $\pi_{i,k+1}$  où les places  $p_i$  telles que  $x(p_i) = 1$  reçoivent leur  $(k + 1)$ -ème jeton, les instants  $\pi_{i,k}$  où les places  $p_i$  telles que  $x(p_i) = 0$  reçoivent leur  $k$ -ème jeton, et les instants  $\tau_{j,k}$  où les transitions  $t_j$  sont franchies pour la  $k$ -ème fois.

3. Exprimer en utilisant les opérations  $\vee$  et  $.$  les équations récurrentes exprimant les  $\pi_{i,k+1}$  des places  $p_i$  marquées initialement en termes des  $\pi_{i,k}$  de ce même ensemble de places. Réécrire ce système d'équations sous forme matricielle.

4. Supposant que les temps de traitement ne dépendent pas des données, en déduire une expression pour le débit du système<sup>1</sup>, égal au nombre de blocs produits (ou consommés) par unité de temps en régime permanent (= périodique).

5. On suppose maintenant que les processus sont sur deux machines distinctes connectées en réseau.

Quelles sont les modifications à apporter aux équations obtenues en réponse aux questions 2 et 3 ?

6. En déduire une expression pour le débit du système sous l'hypothèse que les durées des transitions sont constantes.

7. Répondre aux questions précédentes lorsque la taille du tampon est égale à trois blocs.

---

1. Si les temps de traitement dépendent des données, on peut prendre une borne supérieure de chaque temps de traitement, et en déduire une borne inférieure pour le débit du système, c'est-à-dire calculer le débit dans le pire cas.