

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



N° d'ordre :

Série :

Université Mohammed Seddik

BENYAHIA - Jijel

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département : Automatique

Thèse Présentée

Pour l'obtention du Diplôme de Doctorat 3^{ème} Cycle

Spécialité : Automatique

Par :

Cherrat Nidhal

Thème :

**Contribution à la commande PID floue adaptative des systèmes
non linéaires**

Soutenue le : / / , Devant le Jury composé de :

Mr. S. Labiod	Professeur	Université de Jijel	Président
Mr. H. Boubertakh	Professeur	Université de Jijel	Rapporteur
Mr. H. Arioui	MC-HDR	Université d'Evry, France	Co- Rapporteur
Mr. M. Bouchoucha	MCA	EMP, Alger	Examineur
Mr. A. Boulkroune	Professeur	Université de Jijel	Examineur
Mr. H. Boubakir	MCA	Université de Jijel	Examineur

AVANT-PROPOS

L'ensemble des travaux présentés dans cette thèse a été effectué au Laboratoire d'Automatique de Jijel (LAJ) de l'Université de Mohamed Seddik Ben Yahia de Jijel, et au Laboratoire Informatique, Bio-informatique et Systèmes Complexes, IBISC de l'université d'Evry Val d'Essonne (France)

Je tiens à remercier Monsieur **H. Boubertakh**, Professeur à l'Université de Mohamed Seddik Ben Yahia de Jijel, pour la proposition du sujet de cette thèse et pour ces conseils et son soutien tout au long de ce travail. J'ai beaucoup apprécié sa grande disponibilité, son altruisme, et son sens de la transmission du savoir.

Je suis très reconnaissant à Monsieur **H. Arioui**, Professeur et Directeur du Laboratoire IBISC de l'Université d'Evry Val d'Essonne, pour l'intérêt qu'il a témoigné à l'égard de mon travail et pour m'avoir accueilli dans son Laboratoire.

J'ai été profondément honoré que Monsieur **S. Labiod**, Professeur à l'Université de Mohamed Seddik Ben Yahia de Jijel, ait accepté d'examiner ce travail et de présider ce jury.

Que Monsieur **M. Bouchoucha**, Maître de Conférences à l'EMP, trouve ici ma respectueuse gratitude pour avoir accepté de prendre part à ce jury

Que Monsieur **A. Boulkroune** Professeur à l'Université de Mohamed Seddik Ben Yahia de Jijel, trouve ici l'expression de mes sincères remerciements pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de l'examiner.

Que Monsieur **H. Boubakir**, Maître de Conférences à l'Université de Mohamed Seddik Ben Yahia de Jijel, trouve ici l'expression de mes sincères remerciements pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de l'examiner.

Que tous mes amis et collègues trouvent ici le témoignage de mon amitié et de ma reconnaissance.

Enfin, je ne saurais terminer cet avant-propos sans remercier toute ma famille pour son soutien pendant toutes mes études.

Abstract:

The work of this thesis contributes to adaptive fuzzy PID control of uncertain nonlinear systems. The proposed control schemes use fuzzy systems to estimate the optimal gains of the control law so that it learns the ideal control law that ensures the desired performance.

Firstly, two adaptive fuzzy PID control schemes for a class of uncertain non-linear SISO systems have been developed. In the first approach, the fuzzy system parameters adjustment is performed using an adaptation law which copes with the fuzzy approximation errors. However, in the second approach this adaptation law is modified to overcome the problems control signal saturation and the unknown control direction.

Secondly, an adaptive fuzzy PID control scheme is developed for a class of uncertain square MIMO nonlinear systems with input "dead-zone" non-linearities.

Finally, two adaptive fuzzy PID control schemes are proposed for a class of uncertain under-actuated MIMO systems with unknown control direction. In the first one, the problem unknown control direction is solved by using a Nussbaum-type function, while in the second one, the control direction is estimated online via an adaptation law.

All the control schemes that have been developed in this thesis have been subject of rigorous stability analysis and have been validated through simulation examples.

Key words: Nonlinear systems, Classical PID gains control, Fuzzy systems, Adaptive PID control, Lyapunov stability.

Résumé:

Le travail de cette thèse contribue à commande PID floue adaptative des systèmes non linéaires incertains. Les schémas de commandes proposées utilisent des systèmes flous pour estimer en ligne les gains optimaux de la loi de commande afin que cette dernière recopie une loi de commande idéale qui assure les performances désirées.

Premièrement, deux schémas de commande PID floue adaptative pour une classe de systèmes non linéaires SISO incertains ont été développés. Dans la première approche, la mise à jour des paramètres du système flou est effectuée au moyen d'une loi d'adaptation qui prend en charge les erreurs d'approximation floue. Cependant, dans la deuxième approche, cette loi d'adaptation est modifiée afin surmonter les problèmes de la saturation de la commande et la méconnaissance du signe de gain de commande.

Deuxièmement, une approche commande PID floue adaptative est développée pour une classe de systèmes non linéaires MIMO carrés incertains présentant des non-linéarités à l'entrée de type « zone-morte ».

Enfin, deux schémas de commande PID floue adaptative sont proposées pour une classe de systèmes MIMO sous-actionnés incertains dont signe de gain de commande est inconnu. Dans le premier, le problème de la méconnaissance du signe des gains de commande est résolu par l'utilisation d'une fonction de type Nussbaum, alors que dans le second, la direction de la commande est estimée en ligne via une loi d'adaptation.

Tous les schémas de commande qui ont été développés dans cette thèse ont été le sujet d'une étude rigoureuse de stabilité et ont été validés par des exemples de simulation.

Mots clés: Systèmes non linéaire, Commande PID classique, Système flous, Commande PID adaptative, Stabilité de Lyapunov.

TABLE DES MATIERES

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre 1

Commande des systèmes non linéaires

1.1. Introduction	5
1.2. Classes des systèmes non linéaires.....	5
1.3. Commande PID classique	8
1.4. Commande PID des systèmes non linéaires : Etat de l'art	10
1.4.1. Commande PID des systèmes non linéaires par linéarisation.....	10
1.4.1.1. Exemple illustratif 1.1	11
1.4.1.2. Résultats expérimentaux.....	12
1.4.2. Commande PID des systèmes non linéaires par des approches non linéaire	14
1.4.2.1. Exemple illustratif 1.2	16
1.4.2.2. Résultats expérimentaux et comparaison.....	18
1.5. Commande PID adaptative	20
1.5.2. Exemple illustratifs 1.3.....	21
1.5.3. Exemple illustratifs 1.4.....	22
1.5.4. Exemple illustratifs 1.5.....	23
1.6. Systèmes flous.....	24
1.6.1. Structure d'un système flou	24
1.6.1. Représentation mathématique du système flou.....	25
1.6.2. Systèmes flous de type Takagi-Sugeno	26
1.6.3. Approximation des fonctions par les systèmes flous	27
1.5. Conclusion	28

Chapitre 2

Commande PID floue adaptative des systèmes non linéaires monovariables

2.1.	Introduction	30
2.2.	Position du problème	31
2.3.	Première approche de commande PID floue adaptative.....	32
2.3.1.	Conception de la première approche de commande PID floue adaptative	32
2.3.2.	Analyse de la stabilité.....	35
2.3.3.	Résultats de simulation	39
2.4.	Deuxième approche de commande PID floue adaptative	42
2.4.1.	Conception de la deuxième approche de commande PID floue adaptative	42
2.4.2.	Analyse de la stabilité.....	44
2.4.3.	Résultats de simulation	46
2.5.	Conclusion	48

Chapitre 3

Commande PID floue adaptative des systèmes non linéaires multivariables carrés

3.1.	Introduction	50
3.2.	Position du problème	51
3.3.	Conception de la commande PID floue adaptative	54
3.4.	Analyse de la stabilité	59
3.5.	Résultats de simulation	63
3.5.1.	Exemple 1: robot manipulateur à deux bras.....	63
3.5.2.	Exemple 2: Stabilisation d'un quadrirotor.....	71
3.6.	Conclusion	77

Chapitre 4

Commande PID floue adaptative des systèmes non linéaires sous-actionnés

4.1.	Introduction	79
------	--------------------	----

4.2.	Position du problème	80
4.3.	Première approche de commande PID floue adaptative	83
4.3.1.	Conception de la première approche de commande PID floue adaptative	83
4.3.2.	Analyse de la stabilité.....	85
4.3.3.	Résultats de simulation	88
4.4.	Deuxième approche de commande PID floue adaptative	92
4.4.1.	Conception de la deuxième approche de commande PID floue adaptative	92
4.4.2.	Analyse de la stabilité.....	93
4.4.3.	Résultats de simulation	95
4.5.	Conclusion	99
	Conclusion générale.....	101
	Bibliographie.....	103

Introduction générale

Au cours des deux dernières décennies, la commande des systèmes a connu un progrès énorme sur le plan théorique où de nouvelles approches de commande avancées ont été développées pour remédier aux limitations de la commande classique. Parmi ces approches, on trouve : la commande linéarisante [1-3], la commande par retour d'état adaptative [4, 5], la commande par backstepping [6], la commande par mode de glissement [7, 8], la commande prédictive [9, 10], la commande adaptative à modèle de référence [11] et la commande adaptative floue et neuronale [12-17].

En revanche, sur le plan pratique, la commande PID classique est toujours la technique de commande la plus utilisée dans l'industrie. Cette réticence des industriels à faire la mutation vers la commande avancée est due principalement à des raisons économiques. En outre, la commande classique permet souvent de présenter des performances acceptables pour une large gamme de systèmes. De plus, elle offre certains avantages, à savoir, sa structure simple et universelle, sa familiarité aux opérateurs, sa facilité de mise en œuvre et son coût faible.

La synthèse de la commande PID classique consiste à faire un choix appropriée de trois gains réglables permettant de remplir un cahier de charge des performances désirées. Afin d'assurer un fonctionnement optimal de la commande PID, de nombreuses techniques ont été proposées dans la littérature pour le réglage de ses gains. Parmi elles, on peut citer les méthodes empiriques tel que la méthode de Ziegler-Nichols [18, 19]. Cette méthode, qui est basée à la fois sur le comportement fréquentielle et la réponse indicielle du système, garantie de bonnes performances en terme de rejet de perturbation mais n'assure pas de bonnes qualités dynamiques. Les méthodes fréquentielles [19], qui sont basées sur l'utilisation des diagrammes fréquents (Bode, Black ou Nyquist) implique plus de rigueur dans conception du régulateur par rapport un cahier de charge exprimé en termes de marge de phase et marge de gain et garantie ainsi une bonne qualité de stabilité et de robustesse. Les méthodes d'optimisation intelligentes [20-25] qui sont basées sur la recherche parallèle des gains vis-à-vis un cahier de charge qui ne se limitent pas à un critère de performances particulier. Parmi ces méthodes on trouve : les algorithmes génétiques (Genetic Algorithms, GA) [20, 21], l'optimisation par essaim particulaire

(Particle Swarm Optimization, PSO) [22, 23], l'algorithme des abeilles (Bees Algorithm, BA) [24], l'optimisation par colonies de fourmis (Ant Colony Optimization, ACO) [25].

Les méthodes de réglage citées ci-dessus donnent des valeurs constantes des gains de la commande qui sont maintenus inchangés pendant le fonctionnement du système. Malheureusement, le contrôleur conçu ainsi ne peut pas assurer de bonnes performances quand le système opère sur plusieurs points de fonctionnement, trop perturbé, présente une dynamique inconnue, où ces paramètres changent avec le temps.

Pour s'adapter à ces classes de systèmes, il est extrêmement approprié de doter la commande PID par de nouvelles fonctionnalités. Quelques techniques ont été proposées dans la littérature [26-29]. La technique de programmation de gain (gain scheduling) [26, 27] est utilisée quand le système à un nombre fini de points de fonctionnement. Un mécanisme approprié est utilisé pour la commutation entre différentes valeurs des paramètres du contrôleur. La supervision floue [28, 29] consiste en l'ajustement des paramètres de la commande PID en fonction de l'erreur entre la consigne et la sortie du système au moyen d'un ensemble de règles floues. Pour étendre davantage les capacités de la commande PID aux cas des systèmes non linéaires incertains, trop perturbés et/ou à paramètres variables, une commande PID à gains variables est exigée ; c'est la commande PID adaptative [30-44]. Cette dernière cumule les avantages de la commande PID classique et la commande adaptative.

Les travaux de notre thèse s'inscrivent dans ce contexte. On se propose de développer des schémas de commande PID adaptative pour des classes systèmes non linéaires avec la prise en compte de contraintes pratiques, à savoir les incertitudes des modèles des systèmes, les perturbations et la saturation des signaux de commande.

La thèse est organisée en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, au début, on rassemble les différentes formes de modèles d'état des différentes classes des systèmes non linéaires les plus pertinents dans la littérature. Puis, on fait un résumé sur les différentes structures de la commande PID classique. Ensuite, on présente un état de l'art sur la commande PID des systèmes non linéaires. Enfin, un bref rappel sur les systèmes flous et la théorie d'approximation universelle est donné.

Le deuxième chapitre est consacré à la commande PID floue adaptative d'une classe des systèmes non linéaires monovariables (SISO) incertains. Deux approches sont

proposées, la première traite le cas idéal où le système ne subit aucune contrainte et le signe du gain de commande est connu. La seconde approche traite le cas où le système subit des contraintes à l'entrée (saturation d'amplitude et de vitesse) et le signe du gain de commande est inconnu.

Dans le troisième chapitre, une classe de systèmes non linéaires multivariables (MIMO) incertains complètement actionnés est considérée. Dans ce schéma, une loi de commande PID floue adaptative est développée pour le cas où le système présente des non-linéarités à ses entrées de type zone-morte et des perturbations externes. Enfin, les résultats obtenus sont comparés au travail antérieur [45].

Le dernier chapitre est réservé à une classe de systèmes non linéaires MIMO sous-actionnés incertains. Deux schémas de commande PID floue adaptative pour cette classe de systèmes sont proposés. Ces deux schémas prennent en considération la méconnaissance de la direction de la commande. Dans le premier, le problème de la méconnaissance du signe des gains de commande est résolu par l'utilisation d'une fonction de type Nussbaum, alors que dans le second, la direction de la commande est estimée en ligne via une loi d'adaptation.

Enfin, on termine la thèse par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre 1

Commande des systèmes non linéaires

1.1. Introduction

Les premières approches de commande des systèmes non linéaires consistent à linéariser les équations de la dynamique autour d'un point de fonctionnement, puis appliquer les techniques de commande classique sur la base du modèle linéaire obtenu. Bien que cette approche a prouvé son efficacité avec une large gamme de systèmes, il existe en revanche certains classes de systèmes présentant des phénomènes où la linéarisation n'est plus possible ni désirable :

- Présence de dynamiques inconnues
- Présences discontinuités : saturations, zones mortes,
- Systèmes à plusieurs points de fonctionnement
- Systèmes trop perturbés
- Chaos
- ... etc.

Dans ces cas de figure, la commande classique échoue et la recherche d'autres alternatives s'impose. A cet effet, ces deux dernières décennies, à l'instar du développement de nouvelles approches de commande avancée, la commande PID elle aussi a été sophistiquée pour palier à ce type de problèmes.

Dans ce chapitre, on commence par un aperçu sur des différentes classes de systèmes non linéaires et les différentes structures de commande PID classique, ensuite, on présente un état de l'art sur l'évolution de la commande PID des systèmes non linéaires. A la fin du chapitre, un résumé sur les systèmes flous est donné, ce dernier sera utile dans les prochains chapitres.

1.2. Classes des systèmes non linéaires

Un système est un ensemble de composants qui interagissent mutuellement pour atteindre un but déterminé. On caractérise un système par ses entrées u et ses sorties y , comme le montre la Figure 1.1 [1, 2]. Ces interactions peuvent être représentées par un modèle mathématique décrivant la dynamique du système, c'est-à-dire, l'évolution des sorties et/ou les états en fonction des entrées (la commande). Le modèle d'un système est obtenu par l'application des lois de la physique et/ou par les méthodes d'identification.

L'objectif de la commande en boucle fermée d'un système est la correction du son comportement vis-à-vis un critère de performance. Le problème de commande consiste à

choisir l'entrée de la commande u afin d'assurer les performances recherchées. La complexité de cette tâche est intrinsèque à la complexité du système et la précision de son modèle mathématique.

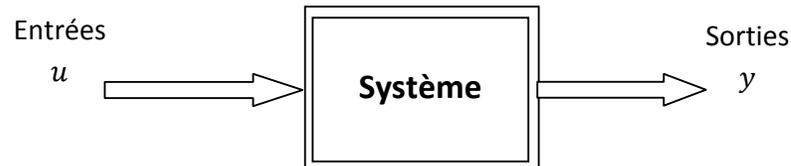


Figure 1.1. Représentation de système.

Avant d'aborder le problème de la commande d'un système, il est essentiel de collecter toutes les informations possibles sur ce système afin de lui formuler un modèle mathématique qui sera d'une grande importance dans la conception des lois de commande. Selon l'architecture du système ainsi que la quantité d'information disponibles, les modèles des systèmes sont divisés en différentes classes ; les systèmes monovariabiles, les systèmes multivariables, systèmes invariants et les systèmes variants, les systèmes sous actionnés et les systèmes sur actionnés, les systèmes affine et nonaffine en la commande ...etc [1, 2, 46].

La modélisation des systèmes se fait généralement sous certaines hypothèses simplificatrices; des dynamiques négligées, paramètres constants, milieu sans perturbations...etc. En revanche, si ces imperfections dans le modèle ne sont pas prises en compte dans la conception de la commande, ils vont causer la dégradation des performances voir l'instabilité du système en boucle fermée. En général, il existe trois sources d'incertitudes ; les perturbations externes, les bruits de mesure et les incertitudes internes.

Bien qu'il existe de nombreuses méthodes géométriques différentielles et/ou algébriques pour représenter la dynamique des systèmes non linéaires, la présentation d'état par un ensemble d'équations différentielles non linéaires est la plus universelle dont la forme générale est la suivante [1, 2]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t), t) \\ y(t) = H(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (1.1)$$

où :

t : est la variable de temps,

$x(t) \in \mathcal{R}^n$: est le vecteur d'état global avec n l'ordre du système,

$u(t) \in \mathcal{R}^m$: est le vecteur d'entrée de commande et m le nombre d'entrées,

$y(t) \in \mathcal{R}^p$: est le vecteur de sortie du système et p le nombre de sorties,

F et H : sont des vecteurs composés de fonctions non linéaires.

A partir de cette forme générale, il découle des formes spéciales pour les différentes classes des systèmes non linéaires, par exemple :

Si la fonction F ne dépend pas explicitement de t le système (1.1) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y = H(x(t)) \end{cases} \quad (1.2)$$

le système est dit autonome.

Si le signal de commande apparaît linéairement dans le modèle, le système (1.2) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), t) + G(x(t))u(t) \\ y(t) = H(x(t), t) \end{cases} \quad (1.3)$$

avec $F(x(t))$ $G(x(t))$ sont des fonctions non linéaires.

le système est dit affine en la commande.

Dans le cas de la présence des incertitudes dynamiques affectant le système, le système (1.3) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F_0(x(t), t) + \Delta F(x(t)) + G_0(x(t), t)u(t) + \Delta G(x(t))u(t) \\ y(t) = H(x(t), t) \end{cases} \quad (1.4)$$

avec $F_0(x(t))$ et $G_0(x(t))$ sont des fonctions nominales connues, et $\Delta F(x(t))$ et $\Delta G(x(t))$ sont leurs incertitudes respectivement.

Dans le cas de la présence des incertitudes due à des perturbations externes, le système (1.3) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), t) + G(x(t), t)u(t) + d(t, x(t)) \\ y(t) = H(x(t), t) \end{cases} \quad (1.5)$$

avec $d(t, x(t))$ est une perturbation externe.

Notons que dans toutes les représentations d'état présentés ci-dessus si on considère que les deux fonctions F et G sont inconnues, alors toutes ces systèmes sont considérés incertains.

L'incertitude des modèles des systèmes non linéaires se rajoute à la complexité inhérente à la leur nature pour rendre la tâche de commande plus ardue. De ce fait, les techniques classiques de commande échouent ici et le recours à des techniques plus avancées est nécessaire.

1.3. Commande PID classique

Le régulateur PID classique est constitué d'une action proportionnelle P , d'une action intégrale I et d'une action dérivée D . Les combinaisons possibles entre ces actions permettent de donner trois structures de la commande PID à savoir : la structure série, la structure parallèle et la structure mixte. Chacune des structures présente des avantages par rapport aux autres. Dans la suite, nous allons présenter ces trois structures et clarifier les principales différences entre elles.

- ***PID à structure série***

Dans la structure série, les trois actions P , I et D sont associées en série, c'est-à-dire le signal de l'erreur subit à trois transformations successives comme illustré par la Figure 1.2.

Dans cette structure le signal de commande $u(t)$ est défini par [47]:

$$u(t) = \alpha K_P e(t) + \frac{K_P}{T_i} \int_0^t e(\tau) dt + T_d K_P \frac{de(t)}{dt} \quad (1.6)$$

où $\alpha = \frac{T_i + T_d}{T_i}$ et $e(t) = y_d(t) - y(t)$ avec :

y_d : le signal de référence et y la sortie du système.

En appliquant la transformée de Laplace à (1.6), on obtient la fonction de transfert $C(p)$ du régulateur PID série :

$$C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) (1 + T_d p) \quad (1.7)$$

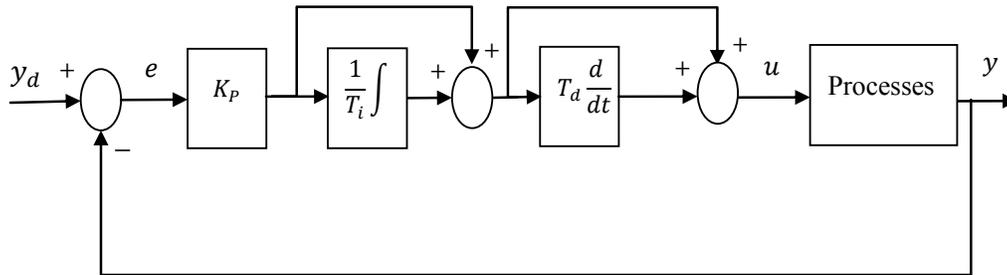


Figure 1.2. Structure série d'un régulateur PID.

▪ **PID à structure parallèle**

Dans la structure parallèle, les trois actions *P*, *I* et *D* sont associées en parallèle, comme illustré par la Figure 1.3.

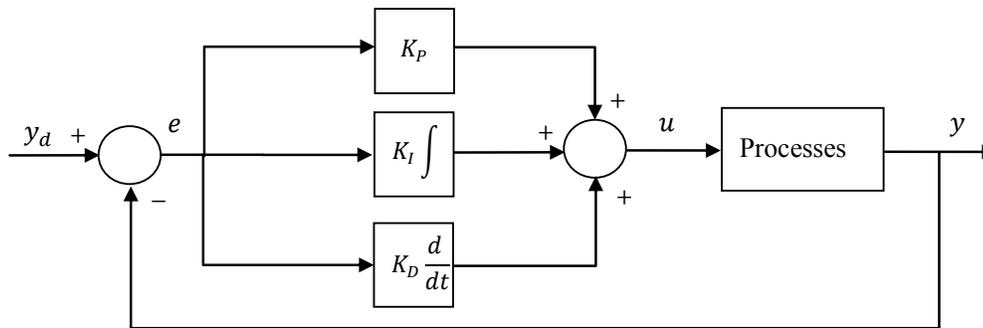


Figure 1.3. Structure parallèle d'un régulateur PID.

Dans cette structure le signal de commande $u(t)$ donné est défini par :

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1.8)$$

En appliquant la transformée de Laplace à (1.8), on obtient la fonction de transfert $C(p)$ du régulateur PID parallèle:

$$C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K_P + \frac{K_I}{p} + K_D p \quad (1.9)$$

▪ **PID à structure mixte**

Dans la structure mixte, les deux actions *I* et *D* sont associées en parallèle, et leur somme est multipliée par l'action *P*, comme illustré par la Figure 1.4.

Dans cette structure le signal de commande u est donné par [47] :

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1.10)$$

En appliquant la transformée de Laplace à (1.10), on obtient la fonction de transfert $C(p)$ du régulateur PID mixte :

$$C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) \quad (1.11)$$

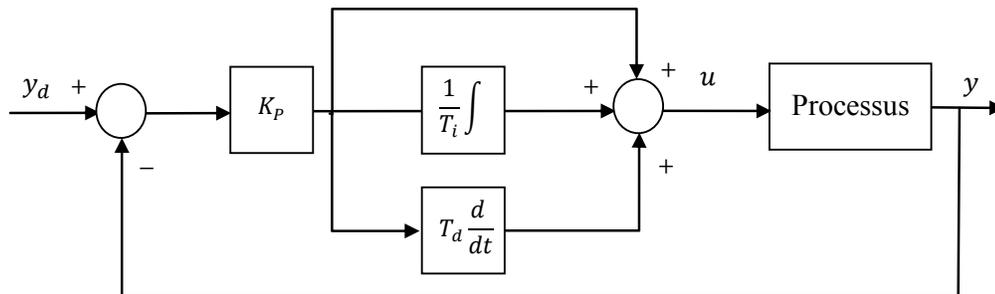


Figure 1.4. Structure mixte d'un régulateur PID.

La principale différence entre ces trois structures concerne l'effet des gains de réglage (K_P , K_I et K_D) sur le comportement du régulateur, on remarque que contrairement aux deux structures série et mixte, où les trois actions sont couplées entre elles, dans la structure parallèle les trois actions sont découplées entre elles complètement, c'est-à-dire, la modification du gain proportionnel K_P ne modifie que l'action proportionnelle, tandis que, dans les deux autres structures (série et mixte), la modification du gain proportionnel K_P va modifier simultanément les trois actions (proportionnelle, intégrale et dérivée).

1.4. Commande PID des systèmes non linéaires : Etat de l'art

Cette section est consacrée de l'art sur la commande PID des systèmes non linéaires.

1.4.1. Commande PID des systèmes non linéaires par linéarisation

L'utilisation de la technique de linéarisation, qui permet de transformer la dynamique du système non linéaire en forme linéaire, est l'une des solutions les plus connues et les plus efficaces pour l'application de la commande PID classique aux systèmes non linéaire comme dans [48-55].

Dans [48], les auteures proposent d'utiliser la commande PID classique pour

commander le déplacement, la vitesse et la pression d'un système d'entraînement hydraulique rotatif, dans ce schéma, la dynamique non linéaire de ce système est linéarisée autour de son position d'équilibre. Dans [49], les auteurs proposent d'utiliser la commande PID classique à un actionneur électrohydraulique. Dans ce schéma, la dynamique non linéaire de ce système est linéarisée par des séries binomiales. Dans [50], les auteurs propose de l'utilisation de la commande PID classique pour un robot manipulateur. Dans ce schéma, une technique de linéarisation par retour d'état est utilisée pour trouver une approximation linéaire de la dynamique non linéaire inconnue. Dans [51], les auteurs utilisent une loi de commande PID classique afin de résoudre le problème de l'instabilité d'un hélicoptère. Dans ce schéma, aussi une technique de linéarisation par retour d'état est utilisée. Dans [52, 53], une commande de type PID est proposée pour stabiliser un pendule inversé. Le pendule inversé est modélisé, puis linéarisé autour de sa position d'équilibre verticale. Dans [54], la commande PID classique est utilisée pour traiter le problème de suivi de trajectoire d'un robot mobile. Dans ce schéma, les auteurs utilisent un modèle simple linéarisé du robot mobile composé d'un intégrateur et d'un retard pur. Dans [55], les auteurs proposent des régulateurs PID, I-PD et PD-PI pour le système "barre-boule". Dans ce schéma, le modèle non linéaire de ce système est linéarisé autour du point d'équilibre.

Pour illustrée l'idée générale de l'utilisation de la commande PID classique d'un système non linéaire en utilisant la technique de linéarisation on propose dans la section suivante un exemple pratique.

1.4.1.1. Exemple illustratif 1.1

Dans cet exemple, nous proposons de stabiliser le pendule inversé rotatif représenté par la Figure 1.5 dont la dynamique est donnée par :

$$\left(m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha)^2 + J_r\right) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha)\right) \ddot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)\right) \dot{\alpha} \dot{\theta} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin(\alpha)\right) \dot{\alpha}^2 = \frac{k_m(V_m - k_m \dot{\theta})}{R_m} - D_r \dot{\theta} \quad (1.12)$$

$$\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2\right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_p L_p g \sin(\alpha) = -D_p \dot{\alpha} \quad (1.13)$$

Comme illustrer sur la Figure 1.6, le pendule inversé rotatif a deux points d'équilibre ; un point d'équilibre stable où le pendule en bas ($\theta = \pi$) et un point d'équilibre instable où le

pendule en haut ($\theta = 0$). Le modèle linéarisé autour du point d'équilibre instable $\theta = 0$ est donné comme suit :

$$(m_p L_r^2 + J_r) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r\right) \ddot{\alpha} = -D_r \dot{\theta} \quad (1.14)$$

$$\frac{1}{2} m_p L_p L_r \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2\right) \ddot{\alpha} + \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha = -D_p \dot{\alpha} \quad (1.15)$$

En utilisant les valeurs numériques des paramètres données au Tableau 1.1. Le modèle d'état linéaire obtenu est donné par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 80.3 & -45.8 & -0.930 \\ 0 & 122 & -44.1 & -1.40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 83.4 \\ 80.3 \end{bmatrix} V_m \quad (1.16)$$

L'objectif de commande est de stabiliser le pendule en sa position d'équilibre verticale à partir de la condition initiale $\theta = 10^\circ$, $\alpha = 0$. A cet effet, une commande PID classique est conçue sur la base du modèle linéaire (1.16).

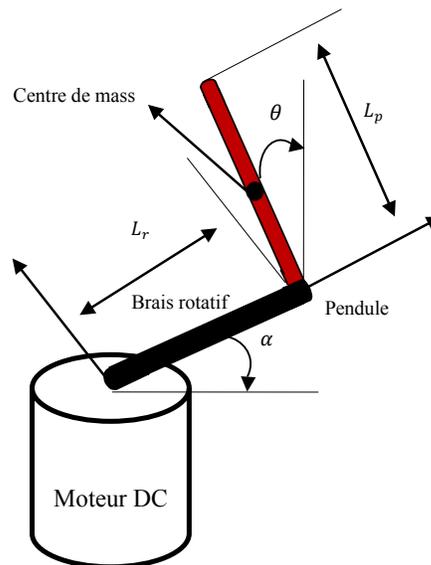


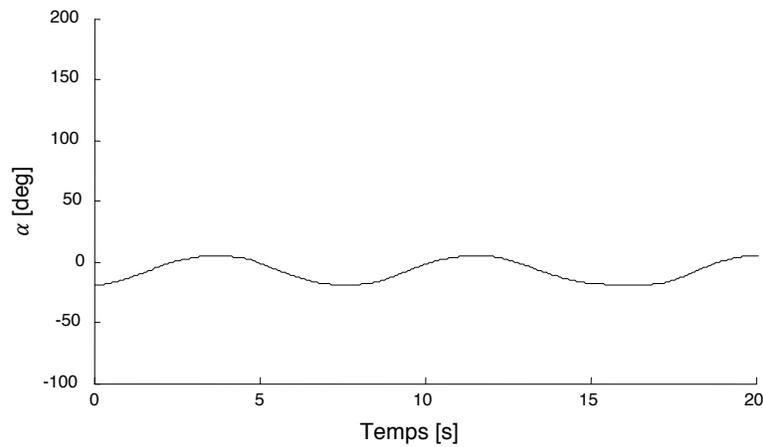
Figure 1.5. Pendule inversé rotatif.

1.4.1.2. Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux sont donnés respectivement sur les Figures 1.6 et 1.7. Le signal de commande PID est montré sur la Figure 1.8. On remarque que les deux trajectoires convergent vers les points désirés.

Table 1.1. Propriétés physiques du pendule inversé rotatif [56].

Symbole	Valeur
R_m	2.60Ω
L_r	0.18 mH
m_p	0.127 kg
L_p	0.337 m
J_p	0.0012 kg.m^2
D_p	0.0024 N.m.s/rad
L_r	0.2159 m
J_r	$9.98 \times 10^{-4}\text{ kg.m}$
k_m	0.0077 V.s/rad
g	9.8 kg.m/s^2

**Figure 1.6.** Position du bras rotatif α .

La validité des approches basées sur la technique de linéarisations reste toujours valable sur une petite zone autour du point de linéarisation, comme dans l'exemple précédent où le régulateur PID ne fonctionne pas correctement lorsque le pendule est à $\pm 10^\circ$ de la position verticale, c'est-à-dire, $-10^\circ \leq \theta \leq 10^\circ$.

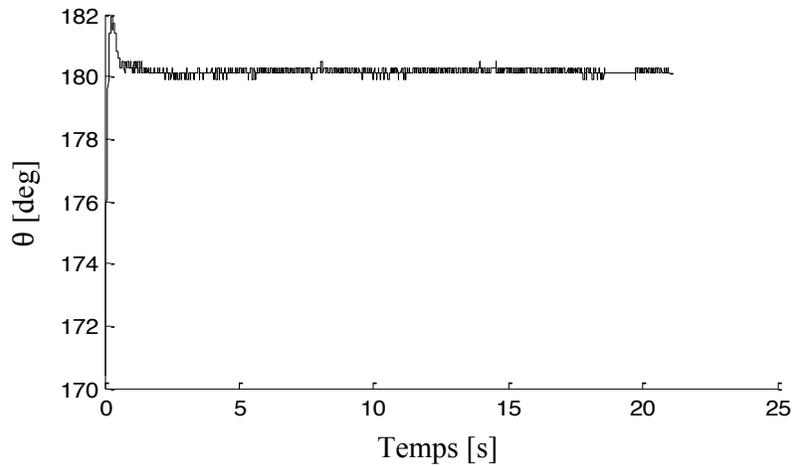


Figure 1.7. Position du pendule θ .

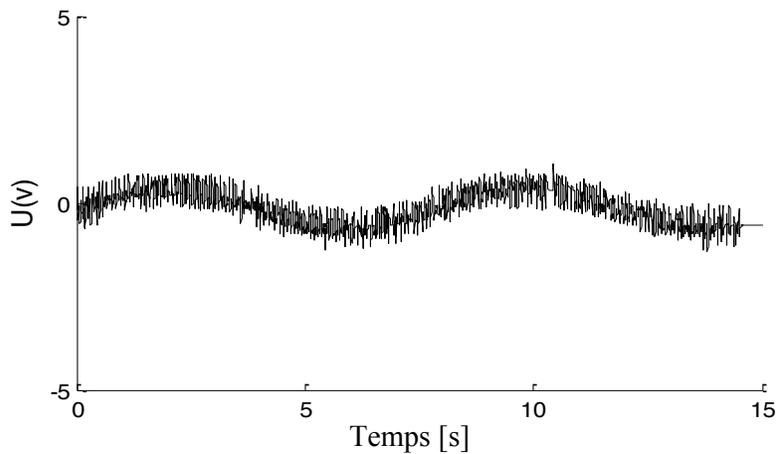


Figure 1.8. Signal de commande PD.

1.4.2. Commande PID des systèmes non linéaires par des approches non linéaire

Afin d'appliquer la commande PID sur des systèmes non linéaire avec la prise en compte de son comportement non linéaires complètement, et aussi la rendre plus robuste plusieurs solutions sont proposées dans la littérature. Dans cette partie, nous allons présenter en bref certaines d'entre eux.

Dans [57-59] une commande PID robuste est proposée pour des systèmes non linéaires. Dans ces schémas, un relais de précharge (P-Relay) est associé en série avec la commande PID. Ce relais permet d'offrir un gain élevé pour garantir une bonne performance de robustes, cependant, il cause également un phénomène de chattering.

Dans ces travaux, au lieu de considérer le chattering comme une caractéristique indésirable, les auteurs utilisent leurs informations pour régler et re-régler les paramètres de la commande.

Dans [60-62], une commande PID non linéaire saturée est développée pour résoudre le problème de la régulation globale des robots manipulateurs, dans ces schémas, une fonction saturée est incorporée avec la commande PID pour assurer la stabilisé asymptotique globale en boucle fermée en présence de la non linéarité de la dynamique de système, les paramètres de la commande sont choisis aléatoirement par les utilisateurs sous certaines conditions de stabilité.

Dans [63-66], une commande PI / PID pour les systèmes non linéaires en présence de variations des paramètres et des perturbations externes inconnues. Dans ces schémas, la technique de perturbation singulière est utilisée pour développer une loi de commande robuste de type PI/PID, les paramètres de la commande sont choisis sur la base de l'analyse de la stabilité du système en boucle fermée via cette technique.

Dans [67], les auteurs proposent pour traiter le problème de commande d'un système "barre-boule" deux commandes PD non linéaires ; une commande PD série et une commande PD parallèle, dans ces schémas, un terme de compensation non linéaire est introduit dans la commande PD pour surmonter le non linéarité de la dynamique de système. Les paramètres des commandes sont choisis par les utilisateurs en se basant sur la réponse expérimentale du système.

Dans [68-71], les auteurs proposent une commande PID optimale pour un robot manipulateur. Dans ce schéma, la structure de la commande PID est obtenue par résolution du problème du contrôle optimal H_∞ en utilisant la technique de la stabilité entrée-à-état (Input-to-State Stability (ISS)). Les paramètres de la commande sont choisis après exécution de nombreuses simulations à condition que ces gains choisis satisfassent certaines conditions pour garantir la stabilité du système de commande.

Dans [72], une commande PID non linéaire permet de traiter le problème de suivi de trajectoire des systèmes non linéaire est proposée, dans ce schéma, une fonction non linéaire est ajoutée à chaque action de commande pour compenser la non linéarité du système, pour déterminer les gains de la commande un algorithme basé sur la technique de l'optimisation par essaim particulaire est utilisé.

Dans [73-75] la commande PID est utilisée dans la stratégie de commande d'un pendule inversé relatif. Dans ces schémas, les auteurs proposent d'utiliser deux commandes, la première est utilisée pour faire osciller le pendule jusqu'à une certaine distance de la position haute, elle est appelée "swing up control", et la deuxième est la commande PID/PD classique, elle est utilisée pour stabiliser le pendule en la position haute. Pour trouver les paramètres des commandes un mécanisme d'essai est utilisé.

Pour prendre une idée générale sur l'amélioration de la commande PID classique pour la rendre applicable sur des systèmes non linéaires on propose dans la section suivante deux exemples pratiques.

1.4.2.1. Exemple illustratif 1.2

Dans cet exemple, nous proposons d'utiliser deux schémas de commande de type PD/PID pour stabiliser le pendule inversé relatif représenté par la Figure 1.5. Dans ce cas la dynamique non linéaire globale du pendule inversé relatif est prise en compte complètement, c'est-à-dire, l'objectif de commande ici est de stabiliser le pendule en sa position d'équilibre instable à partir de sa position d'équilibre stable (conditions initiales $\alpha = 0, \theta = \pi$).

- Premier schéma de commande

Le **premier schéma de commande** est basé sur l'utilisation de deux lois de commande ; une loi de commande d'énergie permet d'osciller le pendule jusqu'à une certaine distance de la position haute, et une loi de commande PID classique permet de le stabiliser en cette position comme suit :

$$u = \begin{cases} K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} & |\alpha| \leq 10^\circ \\ \text{sat}_{u_{max}}(\mu(E - E_r) \text{sign}(\dot{\alpha} \cos(\alpha))) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.17)$$

où: $E = \frac{1}{2} m_p g L_p (1 - \cos(\alpha)) + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2$.

avec : μ est un gain de commande, E_r est l'énergie de référence souhaitée. Notons que l'utilisation de la fonction $\dot{\alpha} \cos(\alpha)$ permet de faire une commutation plus rapide.

- Deuxième schéma de commande

Le **deuxième schéma de commande** est basé sur le développement d'une seule loi de commande PD de type mode de glissement (Sliding mode PD control SMPD) pour osciller

et stabiliser le pendule.

En prenant $x_1 = \dot{\theta}$, $x_2 = \ddot{\theta}$, $x_3 = \dot{\alpha}$ et $x_4 = \ddot{\alpha}$, la dynamique du pendule inversé rotatif (1.12) peut s'écrire sous la forme d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + b_1(x)u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + b_2(x)u \end{cases} \quad (1.18)$$

où

$$m = m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 + J_r, \quad M = \frac{1}{2} m_p L_p^2, \quad L = \frac{1}{2} m_p L_p L_p, \quad J = J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2, \quad g_1 = \frac{1}{2} m_p L_p g, \quad k_r = \frac{k_m}{R_m} \text{ and } k_D = \frac{k_m^2}{R_m + D_r}.$$

$$\delta_1 = m - \frac{1}{2} M \cos(\alpha)^2, \quad \delta_2 = \delta_1 - \frac{L^2 \cos(\alpha)^2}{J}, \quad \delta_3 = \frac{1}{J \delta_1 - L^2 \cos(\alpha)^2}.$$

$$f_1(x) = \frac{L}{\delta_1 J} \cos(x_3) \left(\frac{1}{2} M \cos(x_3) \sin(x_3) x_2^2 + g_1 \sin(x_3) - D_p x_4 \right) -$$

$$\frac{1}{\delta_1} (M \cos(x_3) \sin(x_3) x_2 x_4 - L \sin(x_3) x_4^2 - K_d x_2)$$

$$b_1(x) = \frac{k_r}{\delta_1},$$

$$f_2(x) = \delta_2 \delta_3 \left(\frac{1}{2} M \cos(x_3) \sin(x_3) x_2^2 + g_1 \sin(x_3) - D_p x_4 \right) -$$

$$L \cos(x_3) \delta_3 (-M \cos(x_3) \sin(x_3) x_2 x_4 - L \sin(x_3) x_4^2 - K_d x_2),$$

$$b_2(x) = k_r L \cos(x_3) \delta_3,$$

$$u = V_m.$$

La surface de glissement de chaque sous système est donnée par :

$$s_1(t) = x_2 + \lambda_1 x_1, \quad \lambda_1 \geq 0 \quad (1.19)$$

$$s_2(t) = x_4 + \lambda_2 x_2, \quad \lambda_2 \geq 0 \quad (1.20)$$

On considère une surface de glissement de deuxième niveau S définie comme suit :

$$S = \gamma s_1 + \beta s_2 \quad (1.21)$$

avec : β est une constante positive et γ est donnée par :

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_0 & s_1 s_2 \geq 0 \\ -\gamma_0 & s_1 s_2 < 0 \end{cases} \quad (1.22)$$

où γ_0 est une constante positive

La commande u du système est définie comme suit:

$$u = \frac{\alpha b_1}{\alpha b_1 + \beta b_2} u_{eq1} + \frac{\beta b_2}{\alpha b_1 + \beta b_2} u_{eq1} - \frac{\beta b_2}{\alpha b_1 + \beta b_2} (k_1 S + k_2 \dot{S}) \quad (1.23)$$

où

$$u_{eq1} = \frac{\lambda_1 x_2 + f_1}{b_1} \quad (1.24)$$

$$u_{eq2} = \frac{\lambda_2 x_4 + f_2}{b_2} \quad (1.25)$$

avec : k_1 et k_2 λ_1 et λ_2 sont des constantes positives.

1.4.2.2. Résultats expérimentaux et comparaison

Les résultats expérimentaux des deux lois de commande proposées avec et sans perturbations sont présentés par les Figures 1.9 à 1.13. A partir de ces Figures on peut voir que, ces approches de commande permettent de donner une bonne performance de stabilisation même en présence des perturbations externes.

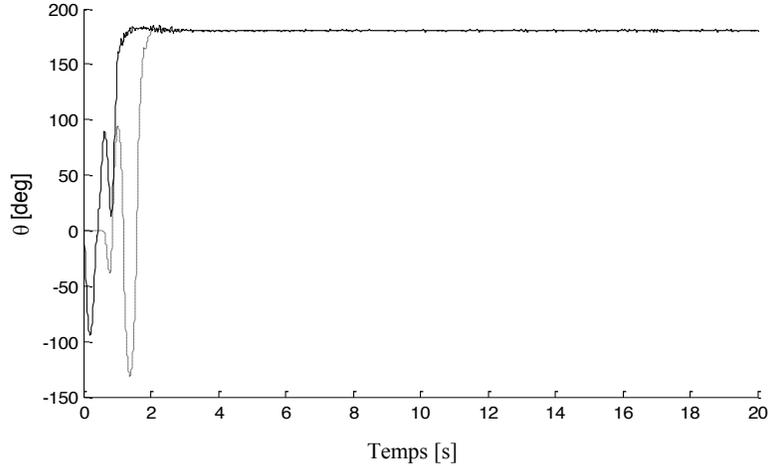


Figure 1.9. Position du pendule θ (trait continu: commande SMPD, trait pointillé: commande PID).

Comparés au schéma de commande PID classique développée dans l'exemple illustratif 1.1, les avantages principaux de ces schémas sont : 1) elles sont valables non seulement autour du point de linéarisation, mais aussi sur toute la gamme de fonctionnement du système, 2) elles sont robustes par rapport aux perturbations externes

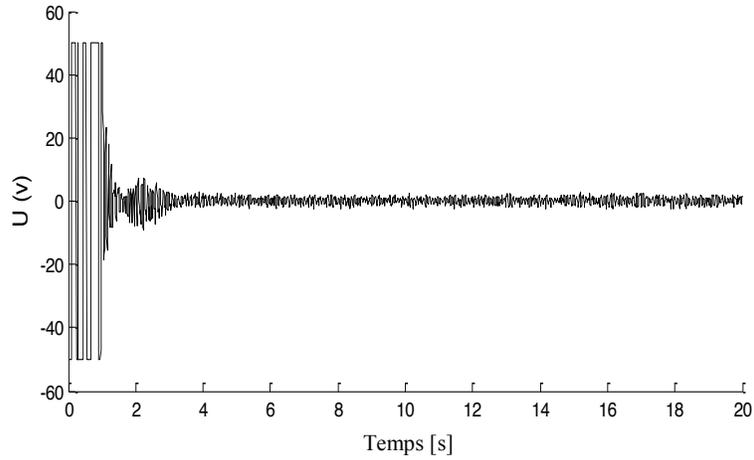


Figure 1.10. Signal de la commande SMPD.

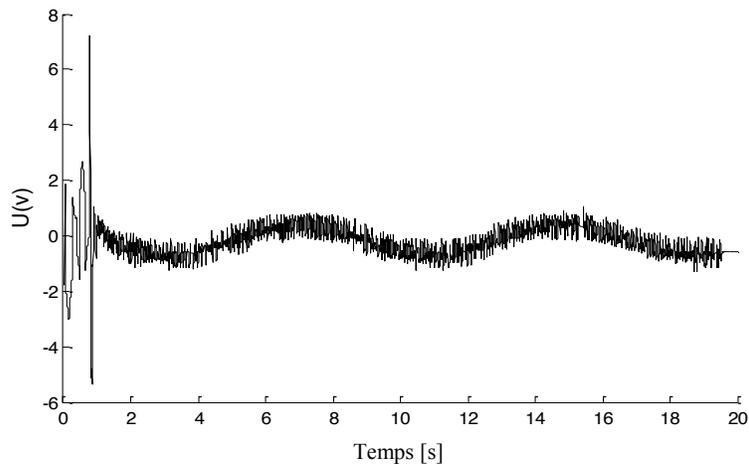


Figure 1.11. Signal de la commande PID.

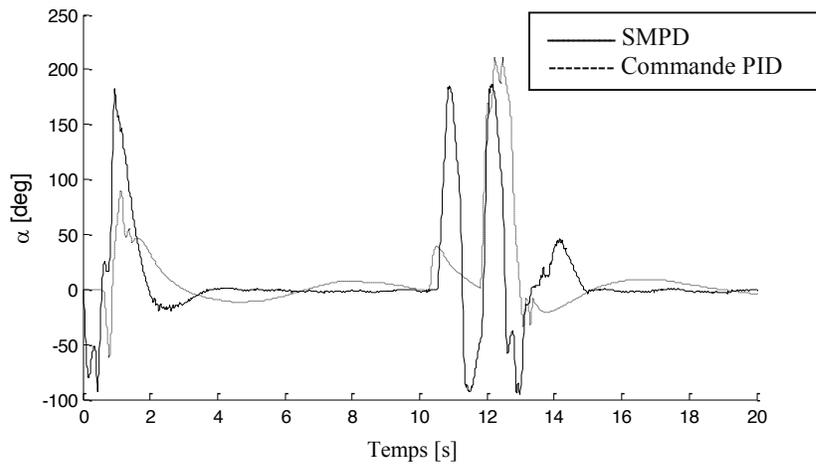


Figure 1.12. Position du bras rotatif α avec la présence de la perturbation (trait continu: commande SMPD, trait pointillé: commande PID).

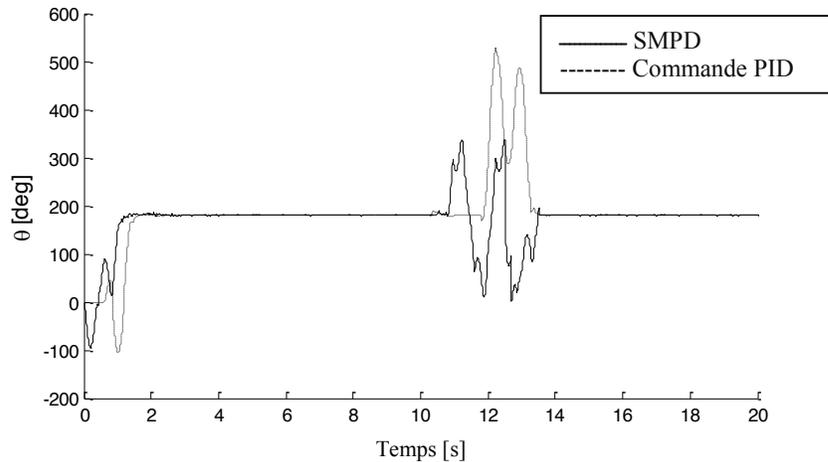


Figure 1.13. Position de pendule θ avec la présence de la perturbation (trait continu: commande SMPD, trait pointillé: commande PID).

Remarque 1.1 : Dans ces exemples expérimentaux, nous allons utiliser les composants suivants: QUBE-Servo (version NI myRIO), source d'alimentation, câble d'alimentation, pendule rotatif, interface de myRIO, câble d'interface NI myRIO MXP et câble d'alimentation, et le logiciel Labview.

D'une manière générale, ce type de commande PID améliorée peut vraiment résoudre le problème du non linéarité de la dynamique des systèmes. Néanmoins, ce genre de commande PID souffre de quelques problèmes, comme le besoin d'utiliser des actions excessives de commande et de la connaissance de la dynamique des systèmes.

Une alternative à ce type de commande PID non linéaire est la commande PID adaptative. La commande PID adaptative offre les avantages que le signal de commande reste toujours acceptable, et le modèle de système n'est pas exigé d'être connu.

1.5. La commande PID adaptative

La commande PID adaptative a une structure identique à la commande PID, avec une adaptation en ligne de ses gains. Cette adaptation permet de réagir à tout moment dans le sens souhaitée face aux changements des paramètres du système et perturbations externes. En général, selon les techniques d'adaptation utilisées dans les auteurs pour régler les gains, les commandes PID adaptatives peuvent être divisées en deux types :

Dans le premier type : les paramètres de la commande restent dans un ensemble pré-choisi et ils sont changés par un certain superviseur. Parmi les superviseurs les plus

utilisés, on trouve la logique floue et le Gain Scheduling [26-29]. Le superviseur peut utiliser toutes les informations disponibles dans le système pour caractériser son comportement actuel afin qu'il sache comment changer les paramètres de la commande et finalement atteindre les spécifications souhaitées.

Dans le deuxième type, les auteurs utilisent une loi d'adaptation mathématique pour adapter en ligne les paramètres de la commande [30-44]. En générale, dans ce type, l'analyse de la stabilité du système en boucle est nécessaire pour garantir la bournitude de ces paramètres.

Pour illustrer l'idée générale des deux types de la commande PID adaptative, nous allons considérer les exemples suivants:

1.5.2. Exemple illustratifs 1.3

Dans cet exemple, nous proposons de présenter de manière générale l'utilisation du système flou comme un superviseur pour régler en ligne les paramètres de la commande PID (plus de détails sur des systèmes flous sont présentés à la fin de ce chapitre). On considère le schéma de commande présenté par la Figure 1.14, où les entrées du système flou sont : le signal de l'erreur $e = y_d - y$ et son dérivée $\frac{de}{dt}$, où y_d ; est le signal de référence et y : est la sortie du système, et les sorties du système flou sont les gains de la commande k_P , k_I et k_D . La base de règles floues candidates est construite par la forme suivante :

Si l'erreur e est grande **alors** le gain k_P est grand et le gain k_D est petit.

Si l'erreur e et sa dérivée sont moyennes **alors** les gains k_P et k_D sont petits et k_D est moyen.

Si l'erreur e est petite **alors** les gains k_P et k_I sont grandes et le gain k_D est petit.

Si l'erreur e est moyenne et sa dérivée est grande **alors** les gains k_P et k_I sont moyen et le gain k_D est grand.

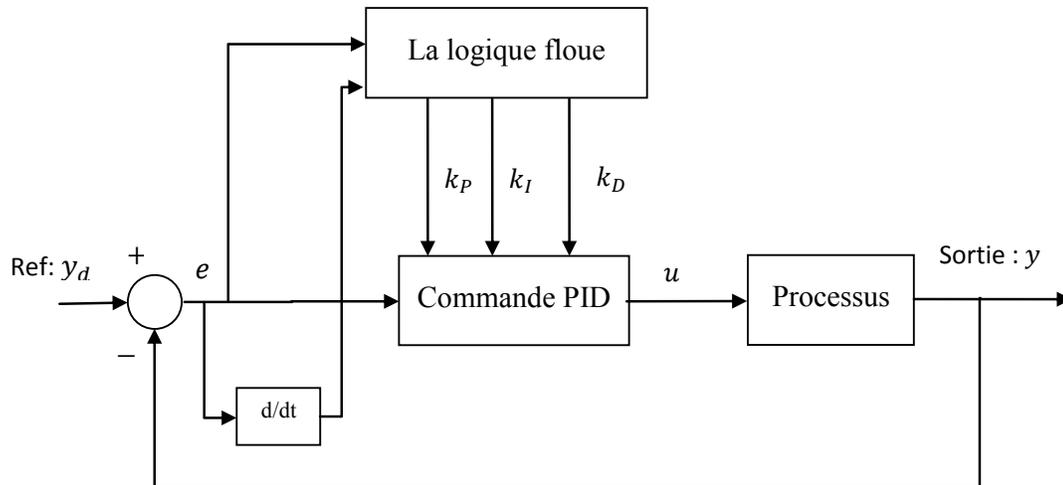


Figure 1.14. Schéma de commande PID floue.

1.5.3. Exemple illustratifs 1.4

Dans cet exemple, nous proposons d'utiliser une commande PID adaptative pour le système linéaire SISO décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + bu \\ y = x \end{cases} \quad (1.26)$$

où a et b sont des paramètres constants positifs inconnus.

L'objectif est de développer une loi de commande u de type PID adaptative pour forcer la sortie y à converger vers la valeur positive r , sous la contrainte que tous les signaux impliqués dans la boucle de commande doivent être bornés.

Nous définissons l'erreur suivante :

$$e = y(t) - r$$

Pour atteindre les objectifs de commande, nous considérons la loi de commande PID suivante :

$$u = k_p(t)e + k_d(t)\dot{e} + k_i(t) \int e dt \quad (1.27)$$

avec la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{k}_p(t) = \gamma_1 e^2(t) \quad (1.28)$$

$$\dot{k}_d(t) = \gamma_2 e(t)\dot{e}(t) \quad (1.29)$$

$$\dot{k}_I(t) = \gamma_3 e(t) \int e dt \quad (1.30)$$

où γ_1, γ_2 et γ_3 sont des paramètres constants positifs.

Démonstration : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante:

$$V = \frac{1}{2}e^2 + \frac{b}{2\gamma_1}k_p^2 + \frac{b}{2\gamma_2}k_D^2 + \frac{b}{2\gamma_3}k_I^2 \quad (1.31)$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{V} = e\dot{e} + \frac{1}{\gamma_1}k_p\dot{k}_p + \frac{1}{\gamma_2}k_D\dot{k}_D + \frac{1}{\gamma_3}k_I\dot{k}_I - ar \quad (1.32)$$

En remplaçant (1.28), (1.29) et (1.30) dans (1.32), on trouve :

$$\dot{V} = -ae^2 - ar \quad (1.33)$$

De l'équation (1.33) on peut conclure que $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ et que tous les paramètres adaptatifs sont bornés.

Pour un système non linéaire plus complexe et perturbés la loi de commande PID adaptative ne peut à elle seule garantir la stabilité du système bouclé, et l'augmentation de cette loi de commande par un terme de commande robuste est nécessaire, comme illustré dans l'exemple suivant.

1.5.4. Exemple illustratifs 1.5

Dans cet exemple, nous considérons le système non linéaire SISO décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -ax + x^2 + bu + d(t) \\ y &= x \end{aligned} \quad (1.34)$$

où $d(t)$ est une perturbation externe bornée par d_0 ($|d| \leq d_0$),

Pour atteindre les objectifs de commande, nous proposons d'augmenter la loi de commande PID adaptative (1.27) par un terme de robustesse comme suit:

$$u = k_p e + k_d \dot{e} + k_i \int e dt + x^2 e + ke \quad (1.35)$$

avec : k est une constante positive.

Démonstration : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2\gamma_1}k_p^2 + \frac{1}{2\gamma_2}k_D^2 + \frac{1}{2\gamma_3}k_I^2 \quad (1.36)$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{V} = e\dot{e} + \frac{1}{\gamma_1}k_p\dot{k}_p + \frac{1}{\gamma_2}k_D\dot{k}_D + \frac{1}{\gamma_3}k_I\dot{k}_I \quad (1.37)$$

En remplaçant (1.56), (1.57) et (1.58) on trouve :

$$\dot{V} = -ae^2 + de - k_0 e \quad (1.38)$$

qui peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -ae^2 - (k - d_0)e - k_0 e \quad (1.39)$$

Si on choisit $k \geq d_0$ on peut conclure que $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$ et aussi la bornitude des signaux de la commande.

1.6. Systèmes flous

Les systèmes flous sont basés sur le concept de la logique floue. Ce concept a été introduit pour la première fois par le professeur Lotfi Zadeh en 1965 comme une généralisation de la logique binaire [76]. L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter des variables exprimés en langage humain. Elle est capable de remplacer l'homme dans la prise de décision sur la base de connaissances imprécises, incertaine ou vagues.

Ces dernières années, la logique floue a été appliquée dans divers domaines. Cependant, l'utilisation des systèmes flous comme approximateurs universels a permis d'ouvrir de nouvelles perspectives à la commande adaptative [13-17, 77, 78].

1.6.1. Structure d'un système flou

Les quatre composants de base d'un système flou sont : la fuzzification, le mécanisme d'inférence floue, la base de règles et la défuzzification (Figure 1.15) [12, 13].

- **Fuzzification**: la fuzzification consiste une opération de transformation de la grandeur physique réelle d'entrée en une grandeur floue à l'aide des ensembles flous. La fuzzification permet de donner le degré avec lequel une grandeur physique appartient à un ensemble flou en utilisant des fonctions d'appartenance.
- **Mécanisme d'inférence floue** : L'inférence floue permet de transformer, à l'aide des techniques de raisonnement flou (base de règles) la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue.

- **Base de règles:** la base de règles floues considère l'architecture générale du système. C'est-à-dire, elle contient les règles floues décrivant le comportement du système, où ces règles prennent la forme suivante : Si permisse Alors conclusion.
- **Défuzzification:** le rôle de la défuzzification est de transformer la grandeur floue issue de la partie d'inférence en grandeur physique.

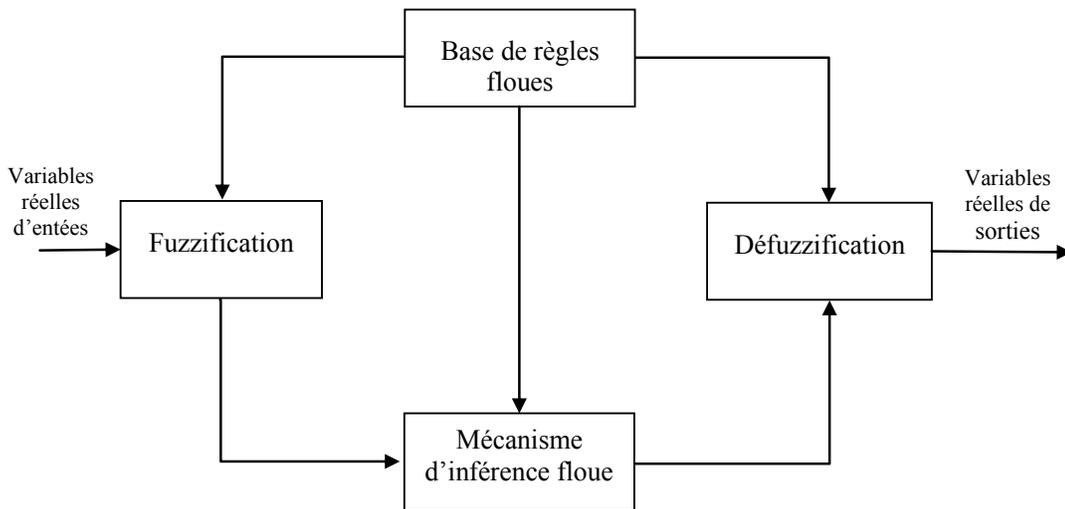


Figure 1.15. Schéma synoptique général d'un système flou.

1.6.2. Représentation mathématique du système flou

Dans cette partie nous proposons de présenter les systèmes flous multi-entrées mono-sorties (MISO).

Notons par $x = [x_1, \dots, x_n] \in X \subseteq \mathcal{R}^n$ l'ensemble des entrées du système flou et par $y \in \mathcal{R}$ sa sortie, avec $X = X_1 \times \dots \times X_n$, et $X_i \subseteq \mathcal{R}$, $i = 1, \dots, n$. La relation entre ces entrées et sa sortie est décrite par un ensemble des règles $R_k (k = 1, 2, \dots, N)$ de la forme suivante [12, 13, 76]

$$R_k: \text{SI } x_1 \text{ est } G_k^1 \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } G_n^l \text{ ALORS } y \text{ est } B^l$$

où $G_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{M_i}\}$, avec F_i^j , $j = 1, \dots, M_i$ et B^k sont des ensembles flous définis respectivement sur X_i et \mathcal{R} , et N est le nombre total des règles.

En utilisant la fuzzification singleton et la méthode de produit algébrique pour l'implication, le degré de vérité ou le degré d'activation correspond à chaque règle floue est:

$$\mu_k = \prod_{i=1}^n \mu_{G_i^k}(x_i), \mu_{G_i^k} \in \{\mu_{G_i^1}, \dots, \mu_{G_i^{M_i}}\} \quad (1.40)$$

où $\mu_{G_i^j}$ représentée la fonction d'appartenance associée à l'ensemble flou G_i^j .

En utilisant la défuzzification de somme moyenne, la sortie du système flou est donnée par [12, 13, 76]:

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k y_k}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (1.41)$$

avec : y_k est le point dans laquelle $\mu_{B^k}(y)$ atteint sa valeur maximale

1.6.3. Systèmes flous de type Takagi-Sugeno

Les systèmes flous présentés dans la section précédente appelés "système flou standard" ou "système flou de Mamdani ". Dans ces systèmes, les conclusions est de forme symboliques de même nature que les prémisses systèmes, de ce fait, des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure interne du système ne peuvent pas être prises en compte directement. Dans cette section, nous allons présenter les systèmes flous qui permettent de représenter ce type d'information, ils sont appelés systèmes flous de Takagi-Sugeno (TS).

Notons par $x = [x_1, \dots, x_n] \in X \subseteq \mathcal{R}^n$ l'ensemble des entrées du système flou et par $y \subseteq \mathcal{R}$ sa sortie. Pour chaque entrée x_i nous définissons m_i ensembles flous F_j^i dans X_i , où $i = 1, \dots, n$ et $j = 1, \dots, m_i$. La base de règles floues est construite par la collection de règles $R_k (k = 1, 2, \dots, N)$ de la forme :

$$R_k: \text{SI } x_1 \text{ est } G_k^1 \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } G_n^k \text{ ALORS } y = f_k(x)$$

où $G_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{M_i}\}$, et $f_k(x), j = 1, \dots, M_i$ sont des ensembles flous.

En général, $f_k(x)$ est un polynôme en fonction des variables d'entrées. Si $f_k(x)$ est un polynôme linéaire, i.e.

$$f_k(x) = a_0^k + a_1^k x_1 + \dots + a_n^k x_n = a_0^k + \sum_{i=1}^n a_i^k x_i \quad (1.42)$$

Alors le système flou est appelé Takagi-Sugeno d'ordre un (TS1). Si $f_k(x)$ est un polynôme d'ordre zéro, i.e.

$$f_k(x) = a^k \quad (1.43)$$

Alors le système flou est appelé Takagi-Sugeno d'ordre zéro (TS0).

En utilisant la fuzzification singleton et la méthode de produit algébrique pour l'implication, et la défuzzification de somme moyenne, la sortie du système flou est donnée par:

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k f_k(x)}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (1.44)$$

avec : $\mu_k = \prod_{i=1}^n \mu_{G_i^k}(x_i)$, $\mu_{G_i^k} \in \{\mu_{G_i^1}, \dots, \mu_{G_i^{M_i}}\}$

où $\mu_{G_i^j}$ représenté la fonction d'appartenance associée à l'ensemble flou G_i^j .

La sortie d'un système flou TS1 est donnée par :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k [a_0^k + a_1^k x_1 + \dots + a_n^k x_n]}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (1.45)$$

La sortie d'un système flou TS0 est donnée par :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k a^k}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (1.46)$$

qui peut être réécrite comme suit :

$$y(x) = W(x)\theta \quad (1.47)$$

avec : $\theta = [a^1 \dots \dots a^k]^T$ est le vecteur des paramètres de la partie conclusion du système flou, $W(x) = [w_1(x) \dots \dots w_1(x)]$ est le vecteur des fonctions de base radiales où chaque élément w_k est défini par :

$$w_k(x) = \frac{\mu_k}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (1.48)$$

1.6.4. Approximation des fonctions par les systèmes flous

Deux raisons principales amènent à utiliser les systèmes flous dans la conception d'un contrôleur adaptatif : (i) les systèmes flous ont la propriété d'approximateur universel (ii) la construction d'un système flou est basée sur des règles floues de la forme *Si-Alors*, de ce fait, les informations linguistiques ou mathématiques disponibles, issues d'une expertise peuvent éventuellement être incorporées dans le contrôleur.

Dans la littérature floue, on dispose d'un nombre important de travaux illustrant que les systèmes flous sont des approximateurs universels, on dispose d'un nombre important de publications montrant que les systèmes flous sont des approximateurs universels [76-79].

Théorème 1.1. Pour toute fonction réelle non linéaire $f(x)$ définie et continue sur un ensemble compact $\Omega_x \subseteq \mathcal{R}$, il existe un système flou $y(x)$ de la forme (1.74) tel que :

$$\sup_x |f(x) - y(x)| < \varepsilon \quad (1.49)$$

avec : ε est une constante positive.

Dans cette thèse, nous allons baser sur la structure universelle de la commande PID, la technique de la commande adaptative et la propriété d'approximation universelle du système flou pour développer des lois des commandes pour certaines classes des systèmes non linéaires incertains et complexes. Ou on peut dire que le problème de l'amélioration de la capacité de la commande PID est posé dans cette thèse.

Dans tous les chapitres de cette thèse, on suppose que la structure du système flou de type TS est convenablement spécifiée à l'avance par l'utilisateur d'une façon appropriée. L'utilisateur a besoin de spécifier l'univers de discours, le type et le nombre de fonctions d'appartenance appropriés pour chaque variable d'entrée.

1.7. Conclusion

Après avoir présenté les différentes classes de systèmes non linéaires ainsi que les différentes structures de commande PID classique, une grande partie de ce chapitre a été consacré à un état de l'art sur la commande PID des systèmes non linéaires.

En effet, on trouve dans la littérature plusieurs techniques qui ont été adoptées pour augmenter la commande PID pour faire face à la complexité des systèmes non linéaires ; la technique de linéarisation, la technique de robustification et la technique d'adaptation des gains. Des exemples pratiques et numériques ont été présentés pour illustrés ces techniques.

On termine le chapitre par un résumé sur la structure des systèmes flous et le théorème d'approximation universelle qui vont être exploités dans chapitres suivants à la conception de la commande PID adaptative.

Chapitre 2
Commande PID floue adaptative des
systemes non linéaires
monovariabiles

2.1. Introduction

La commande PID adaptative des systèmes non linéaires SISO incertains a été le sujet de quelques travaux de recherche [30-35]. Dans [30, 31], une loi de commande PID adaptative est utilisée pour approximer une loi de commande par retour d'état linéarisant définie a priori. L'analyse de stabilité par l'approche de Lyapunov introduit un terme de commande de supervision pour garantir la stabilité du système en boucle fermée. Cependant, la classe de système considéré dans ces articles exige la connaissance du gain de commande ainsi que la bornitude des fonctions non linéaires par des fonctions connues. Dans [32, 33], les auteurs proposent une loi de commande PID adaptative augmentée par un compensateur à action anticipatrice (Parallel Feedforward Compensator (PFC)) pour des systèmes non linéaires SISO. Dans [32], le système doit vérifier la propriété de « la passivité stricte de la dynamique de retour de sortie (Output Feedback Strictly Passive (OFSP)) ». Dans [33], le système doit vérifier la propriété de « presque strictement réelle positive (Almost Strict Positive Realness (ASPR)) ». Dans [34, 35], la commande PID floue adaptative a été appliquée à des classes de systèmes plus large où les fonctions de la dynamique non linéaire sont inconnues. Dans [34], les auteurs proposent une loi de commande identique à une loi de commande PID issue d'un schéma de commande par retour d'état linéarisant. Dans la classe des systèmes considérée, le gain de commande est unitaire et les non linéarités du système sont regroupés dans une fonction inconnue et bornée. Dans la loi de commande, la dynamique inconnue du système est estimée par un système flou dont les paramètres sont ajustés en ligne en utilisant un algorithme de projection afin d'assurer les performances désirées. Dans [35] les auteurs considèrent la même classe de système avec un gain de commande connu et borné. L'idée principale de ce travail est d'approximer une loi de commande idéale par une loi de commande PID classique. Les gains de cette dernière sont estimés par un système flou dont les paramètres sont ajustés en ligne via un mécanisme d'adaptation assurant les performances désirées. Afin de robustifier cette loi de commande vis-à-vis les perturbations externes et les erreurs d'approximation cette dernière est augmentée par un terme H_∞ .

Dans ce chapitre, nous proposons deux approches de commande PID floue adaptative pour des classes de systèmes SISO non linéaires. La première approche traite le problème des systèmes sans contraintes à l'entrée et on suppose que le signe du gain de commande connu. Dans ce cas, une nouvelle loi d'adaptation de type *e – modification* est proposée pour rendre le contrôleur plus robuste. La seconde approche traite le cas des systèmes

présentant des contraintes à l'entrée (saturation d'amplitude et de vitesse) et le signe du gain de commande inconnu.

2.2. Position du problème

Considérons une classe des systèmes non linéaires SISO incertains donnée par son modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = f(x) + g(x)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.1)$$

où $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ est le vecteur d'état du système supposé disponible pour la mesure, y est la sortie du système, u est l'entrée de commande, et $f(x)$ et $g(x)$ sont deux fonctions continues non linéaires inconnues.

Objectif : Notre objectif est de développer une loi de commande u de type PID pour forcer la sortie y à suivre une trajectoire désirée y_d , sous la contrainte que tous les signaux impliqués dans la boucle de commande doivent être bornés.

Hypothèse 2.1 : Le signal de trajectoire désirée y_d est continu, borné et n -fois différentiable.

L'erreur de poursuite est définie par :

$$e(t) = y_d(t) - y(t) \quad (2.2)$$

et l'erreur de poursuite filtrée est définie par :

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t), \quad \lambda > 0 \quad (2.3)$$

La solution de l'équation $s(t) = 0$ implique que l'erreur de poursuite $e(t)$ converge vers zéro avec une certaine constante de temps [12, 80-82]; par conséquent, l'objectif de la commande revient alors à forcer le signal $s(t)$ à converger vers zéro lorsque le temps t tends vers l'infini.

L'équation de la dynamique de s peut s'écrire comme suit :

$$\dot{s} = v - f(x) - g(x)u \quad (2.4)$$

où

$$v = y_d^{(n)} + \beta_{n-1}e^{(n-1)} + \dots + \beta_1 \dot{e} \quad (2.5)$$

avec :

$$\beta_j = \frac{(n-1)!}{(n-j)!(j-1)!} \lambda^{n-j}, \quad j = 1, \dots, n-1 \quad (2.6)$$

Dans le cas où les deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont connues, la loi de commande idéale (2.7) peut atteindre l'objectif de commande.

$$u^* = g^{-1}(x) \left(-f(x) + v + ks + k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) \right) \quad (2.7)$$

avec : k , k_0 et ε_0 sont des constantes positives.

En effet, en remplaçant la loi de commande idéale (2.7) dans (2.4), on obtient :

$$\dot{s} = -ks - k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) \quad (2.8)$$

A partir de cette dernière équation, nous pouvons conclure que $s \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$, cela implique que l'erreur de poursuite e et tous ses dérivées convergent vers zéro lorsque $t \rightarrow \infty$ [12, 80-82]. Cependant, puisque les deux fonctions non linéaires $g(x)$ et $f(x)$ sont supposées inconnues, alors, la commande idéale (2.7) ne peut pas être implémentée. Comme solution à ce problème, on propose dans ce chapitre d'approximer la loi de commande idéale (2.7) par une loi de commande PID adaptative.

Dans ce chapitre, deux approches de commande PID floue adaptative sont proposées pour la classe des systèmes (2.1) pour atteindre l'objectif de commande. Dans la première approche, le signal de commande ne subit aucune contrainte, alors que dans le second schéma, on suppose que le signal de commande est saturé en amplitude et en vitesse, et de plus on suppose que le signe du gain de commande est inconnu.

2.3. Première approche de commande PID floue adaptative

Dans cette section, nous proposons une loi de commande PID floue adaptative pour le système non linéaire (2.1).

Hypothèse 2.2: La fonction $g(x)$ est non nulle, bornée et de signe connu. Sans perte de généralité, nous considérons ici que le signe de $g(x)$ est positif, i.e. $0 < g_0 \leq g(x) < g_1$.

2.3.1. Conception de la première approche de commande PID floue adaptative

La loi de commande idéale inconnue (2.7) est approximée ici par une loi de commande PID adaptative donnée par [81] :

$$u = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.9)$$

où : K_P est le gain proportionnel, K_I est le gain d'intégration et K_D est le gain de dérivation.

La loi de commande PID (2.9) peut être réécrite sous la forme matricielle suivante :

$$u = E^T K_{PID} \quad (2.10)$$

où : $K_{PID} = [K_P, K_I, K_D]^T$ est le vecteur des gains de la commande et $E = \left[e(t), \int_0^t e(\tau) d\tau, \frac{de(t)}{dt} \right]^T$ est le vecteur de l'erreur de poursuite.

Un système flou de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro est utilisé pour estimer le vecteur de gains K_{PID} . Les entrées du système flou sont l'erreur de poursuite $E_1 = e(t)$, l'intégrale de l'erreur de poursuite $E_2 = \int_0^t e(\tau) d\tau$ et la dérivée de l'erreur de poursuite $E_3 = \frac{de(t)}{dt}$. Les sorties du système flou sont les gains de la commande K_{PID} . Pour chaque entrée E_i ($i = 1, 2, 3$) nous définissons m_i ensembles flous $F_j^i, j = 1, \dots, m_i$. La base de règles floues est construite par la collection de règles $R_k (k = 1, 2, \dots, N)$ de la forme :

R_k : **SI** E_1 est G_k^1 et E_2 est G_k^2 et E_3 est G_k^3 **ALORS** K_P est c_{Pk} , K_I est c_{Ik} et K_D est c_{Dk}

En utilisant la méthode de produit algébrique pour l'implication et la méthode de la moyenne pondérée pour la défuzzification, les sorties du système flou, à savoir les gains de la commande PID sont donnés par [81, 80] :

$$K_P = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k c_{Pk}}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (2.11)$$

$$K_I = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k c_{Ik}}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (2.12)$$

$$K_D = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k c_{Dk}}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (2.13)$$

où : $\mu_k = \prod_{i=1}^3 \mu_{G_k^i}(e_i), \mu_{G_k^i} \in \left\{ \mu_{F_1^i}, \dots, \mu_{F_{m_i}^i} \right\}$

avec $\mu_{F_j^i}(\cdot)$ est la fonction d'appartenance de l'ensemble flou F_j^i .

Notons par $c_P = [c_{P1}, \dots, c_{PN}]^T, c_I = [c_{I1}, \dots, c_{IN}]^T$ et $c_D = [c_{D1}, \dots, c_{DN}]^T$ les vecteurs des paramètres ajustables (la partie conclusion du système flou), et $w = [w_1, \dots, w_N]^T$ le vecteur des fonctions de base radiales où chaque élément w_k est défini par :

$$w_k = \frac{\mu_k}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (2.14)$$

avec cette notation, les gains K_P, K_I et K_D peuvent être réécrits comme suit :

$$K_P = w^T c_P, K_I = w^T c_I, K_D = w^T c_D \quad (2.15)$$

et le vecteur des gains K_{PID} peut être réécrit comme suit :

$$K_{PID} = Wc \quad (2.16)$$

avec : $W = \text{diag}\{w^T, w^T, w^T\}$ et $c = [c_P^T \ c_I^T \ c_D^T]^T$.

Par substitution de (2.16) dans (2.10), on obtient :

$$u = E^T Wc \quad (2.17)$$

En se basant sur le fait que le système flou définit par (2.16) est un approximateur universel [78], il est raisonnable de supposer que la commande PID floue adaptative u exprimée par (2.17) peut approximer la commande idéale inconnue u^* donnée par (2.7), avec une erreur d'approximation qu'on note par ε , et qui est considérée arbitrairement petite et limitée par une constante $\bar{\varepsilon}$ ($|\varepsilon| \leq \bar{\varepsilon}$). Par conséquent, la commande idéale inconnue u^* peut être écrite sous la forme suivante :

$$u^* = E^T Wc^* + \varepsilon \quad (2.18)$$

où $c^* = [c_1^*, \dots, c_p^*]^T$ est le vecteur des valeurs optimaux inconnues des éléments de c .

Dans la section suivante nous proposons une loi d'adaptation pour la mise à jour des paramètres du vecteur c qui permet de minimiser l'écart entre la commande PID floue adaptative et la commande idéale inconnue.

Loi d'adaptation : Dans cette section, nous proposons une nouvelle loi d'adaptation pour la mise à jour du vecteur des paramètres c afin de minimiser l'erreur entre u et u^* donnée par [81, 80]:

$$e_u = u^* - u \quad (2.19)$$

En remplaçant (2.17) et (2.18) dans (2.19), on obtient:

$$e_u = E^T W\tilde{c} + \varepsilon \quad (2.20)$$

où $\tilde{c} = c^* - c$ est le vecteur d'erreur d'estimation paramétrique.

L'approche utilisée pour générer la loi d'adaptation du vecteur c est basée sur la minimisation de la fonction de coût quadratique de l'erreur e_u suivante:

$$J = \frac{1}{2} e_u^2 = \frac{1}{2} g(x)(u^* - E^T Wc)^2 \quad (2.21)$$

Par application du gradient sur J , on obtient :

$$\dot{c} = \eta W^T E g(x) e_u \quad (2.22)$$

avec : η une constante positive.

On remarque que le terme $g(x)e_u$ n'est pas disponible. Alors la loi d'adaptation (2.22) ne peut pas être implémentée. Pour surmonter ce problème, on utilise l'équation de la dynamique de surface de glissement (2.4).

En additionnant et soustrayant le terme $g(x)u^*$ au second terme de (2.4), on obtient :

$$\dot{s} = v - f(x) - g(x)u + g(x)u^* - g(x)u^* \quad (2.23)$$

En utilisant (2.7) et (2.19), (2.23) devient

$$\dot{s} = -ks - k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) + g(x)e_u \quad (2.24)$$

A partir de (2.24), le terme $g(x)e_u$ peut être exprimé en fonction des termes connus comme suit :

$$g(x)e_u = \dot{s} + ks + k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) \quad (2.25)$$

Par conséquent, la loi d'adaptation (2.22) devient :

$$\dot{c} = \eta W^T E \left(\dot{s} + ks + k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) \right) \quad (2.26)$$

Afin de garantir la bornitude des valeurs des éléments du vecteur des paramètres c en présence de l'erreur d'approximation e_u et pour améliorer les performances de robustesse, nous allons modifier la loi d'adaptation (2.22) par l'introduction d'un terme en fonction de l'erreur e_u appelé *e-modification* comme suit [81]:

$$\dot{c} = \eta W^T E (g(x)e_u) - \eta \sigma c |g(x)e_u| \quad (2.27)$$

Remarque 2.1 : le terme *e-modification* ($\eta \sigma c |g(x)e_u|$) est utilisé pour compenser les erreurs d'approximation et les perturbations. Il est clair que lorsque les paramètres deviennent dans un certain intervalle acceptable, ce terme n'a pas besoin d'être actif (il tend vers zéro quand e_u tend vers zéro).

2.3.2. Analyse de la stabilité

Théorème 2.1: Considérons le système (2.1) et supposons que les hypothèses 2.1 et 2.2 sont satisfaites, alors la loi de commande PID floue définie par (2.17) avec la loi

d'adaptation (2.27) garantit que $\tilde{c} \in L_\infty$ et e_u est de l'ordre de $\sigma^2 + \bar{\varepsilon}^2$ au sens de la moyenne quadratique.

Preuve du théorème 2.1:

Nous définissons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2\eta} \tilde{c}^T \tilde{c} \quad (2.28)$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{\eta} \tilde{c}^T \dot{\tilde{c}} \quad (2.29)$$

En remplaçant (2.27) dans (2.29), on trouve :

$$\dot{V}_1 = -\tilde{c}^T (W^T E g(x) e_u - \sigma c |g(x) e_u|) \quad (2.30)$$

On déduit la valeur du terme $\tilde{c}^T W^T E g(x)$ de (2.20) puis on la remplace dans (2.30), il vient :

$$\dot{V}_1 = -(e_u - \varepsilon) g(x) e_u + \sigma \tilde{c}^T c |g(x) e_u| \quad (2.31)$$

En utilisant l'inégalité :

$$\tilde{c}^T c \leq -\frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 + \frac{1}{2} \|c^*\|^2 \quad (2.32)$$

L'équation (2.31) devient :

$$\dot{V}_1 \leq -(e_u - \varepsilon) g(x) e_u - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{c}\|^2 |g(x) e_u| + \frac{\sigma}{2} \|c^*\|^2 |g(x) e_u| \quad (2.33)$$

Puisque ε est bornée par $\bar{\varepsilon}$ et $g(x)$ est supposée positive, alors :

$$\dot{V}_1 \leq -\left(|e_u| - \bar{\varepsilon} + \frac{\sigma}{2} \|\tilde{c}\|^2 - \frac{\sigma}{2} \|c^*\|^2\right) g(x) |e_u| \quad (2.34)$$

Il est clair de (2.34) que si $\frac{\sigma}{2} \|\tilde{c}\|^2 \geq \frac{\sigma}{2} \|c^*\|^2 + \bar{\varepsilon}$, c'est-à-dire, $V_1 \geq V_0 \triangleq \frac{1}{\sigma\eta} \left(\frac{\sigma}{2} \|c^*\|^2 + \bar{\varepsilon}\right)$, alors $\dot{V}_1 \leq 0$, ce qui implique la bornitude de V_1 et de tous les éléments du vecteur de l'erreur paramétrique \tilde{c} ($V_1, \tilde{c} \in L_\infty$).

Examinons maintenant la convergence de l'erreur e_u .

L'inégalité (2.33) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{V}_1 \leq -g(x) e_u^2 + \varepsilon g(x) e_u - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{c}\|^2 |g(x) e_u| + \frac{\sigma}{2} \|c^*\|^2 |g(x) e_u| \quad (2.35)$$

En utilisant les inégalités évidentes suivantes :

$$-e_u^2 + \frac{\sigma}{2} \|c^*\|^2 |e_u| \leq -\frac{e_u^2}{2} + \frac{\sigma^2}{8} \|c^*\|^4 \quad (2.36)$$

$$g(x)e_u \varepsilon \leq \frac{1}{4} g(x)e_u^2 + g(x)\varepsilon^2 \quad (2.37)$$

L'équation (2.35) devient :

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{4} g(x)e_u^2 - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{c}\|^2 |g(x)e_u| + \frac{\sigma^2}{8} g(x)\|c^*\|^4 + g(x)\varepsilon^2 \quad (2.38)$$

D'après l'hypothèse 2.2, on peut réécrire (2.38) comme suit :

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{g_0}{4} e_u^2 + \psi \quad (2.39)$$

avec :

$$\psi = \sup \left(\frac{\sigma^2}{8} g(x)\|c^*\|^4 + g(x)\varepsilon^2 \right) \quad (2.40)$$

Puisque $V_1 \in L_\infty$ et $\varepsilon \leq \bar{\varepsilon}$, alors l'intégration de $t = 0$ à $t = t + T$ des deux membres de (2.39) et en réarrangement de ses termes donne:

$$\int_t^{t+T} e_u^2 dt \leq \frac{4}{g_0} \psi T + \frac{4}{g_0} (V_1(t) - V_1(t + T)) \quad (2.41)$$

qui peut être encore bornée comme suit :

$$\int_t^{t+T} e_u^2 dt \leq m_1(\sigma^2 + \bar{\varepsilon}^2)T + m_2 \quad (2.42)$$

avec : $m_1 = \frac{4}{g_0} \max \left(\frac{g_1}{8} \|c^*\|^4, g_1 \right)$ et $m_2 = \frac{4}{g_0} \sup_t (V_1(t) - V_1(t + T))$.

De l'expression (2.42) on constate donc que $e_u^2 \in S(\sigma^2 + \bar{\varepsilon}^2)$.

Théorème 2.2: Considérons le système (2.1) et supposons que les hypothèses 2.1 et 2.2 sont satisfaites, alors la loi de commande proposée (2.17) avec sa loi d'adaptation des paramètres (2.27) garantit que l'erreur de poursuite converge exponentiellement vers une région ajustable.

Preuve du théorème 2.2:

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante:

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2\eta} \tilde{c}^T \tilde{c} = \frac{1}{2} s^2 + V_1 \quad (2.43)$$

Sa dérivée est donc :

$$\dot{V} = s\dot{s} + \dot{V}_1 \quad (2.44)$$

Par substitution de (2.24) dans (2.44), on obtient :

$$\dot{V} = -ks^2 - k_0s \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) + sg(x)e_u + \dot{V}_1 \quad (2.45)$$

En utilisant l'inégalité évidente suivante :

$$g(x)e_us \leq \frac{1}{4}g(x)e_u^2 + g(x)s^2 \quad (2.46)$$

L'équation (2.45) devient :

$$\dot{V} = -(k - g(x))s^2 - k_0s \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) + \frac{1}{4}g(x)e_u^2 + \dot{V}_1 \quad (2.47)$$

En utilisant (2.38) et l'hypothèse 2.2, il vient :

$$\dot{V} \leq -(k - g_1)s^2 - k_0s \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) - \frac{\sigma}{2} \|\tilde{c}\|^2 |g(x)e_u| + \frac{\sigma^2}{8} g(x) \|c^*\|^4 + g(x)\varepsilon^2 \quad (2.48)$$

Si on choisit $k > g_1$ et $\gamma = 2\min(k - g_1)$, \dot{V} peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\gamma s^2 + \psi \quad (2.49)$$

A partir de cette dernière inégalité, si $\frac{1}{2}s^2 \geq \frac{1}{\gamma}\psi$, c'est-à-dire, $V \geq \frac{1}{\gamma}\psi + V_1$, et puisque V_1 est borné, alors $\dot{V} \leq 0$ pour $V \geq V_{min} = \frac{1}{\gamma}\psi + V_1$. Alors selon le théorème de Lyapunov [83], les signaux \tilde{c} et s sont bornés.

En intégrant maintenant (2.49) de t à $t + T$ et en réarrangeant ses termes, on obtient :

$$\int_t^{t+T} s^2 dt \leq \frac{2}{\gamma}\psi T + \frac{2}{\gamma}(V(t) - V(t + T)) \quad (2.50)$$

Puisque $V \in L_\infty$, il est évident que, à partir de (2.50), l'erreur de poursuite filtrée s converge exponentiellement à un ensemble Ω_s défini par $\Omega_s = \left\{s \mid |s| \leq \sqrt{\frac{2}{\gamma}\psi}\right\}$. En effet, il existe T tel que pour $t > T$: $|s(t)| \leq \sqrt{\frac{2}{\gamma}\psi}$, ce qui implique que $|e^{(j)}(t)| \leq 2^j \lambda^{j-r+1} \sqrt{\frac{2}{\gamma}\psi}$, $j = 0, \dots, n - 1$, donc l'erreur de poursuite et toutes ses dérivées sont convergent vers une région ajustable.

Remarque 2.2: La loi de commande utilisée ici est uniquement de type PID, sans ajout de terme de robustesse. Cependant, le terme de la loi d'adaptation $k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right)$ joue d'une certaine manière, le rôle du terme de robustesse. Par conséquent, l'augmentation de la valeur du gain k_0 peut améliorer la robustesse de cette commande.

2.3.3. Résultats de simulation

Afin de valider les performances de la loi de commande PID floue adaptative proposée, on considère le problème de suivi de trajectoire d'un pendule inversé [81]. Sa dynamique est donnée par son modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.51)$$

avec :

$$f(x) = \frac{g \sin(x_1) - (m_p l x_2^2 \cos(x_1) \sin(x_1)) / (m_c + m_p)}{l \left(\frac{4}{3} - m_p \cos^2(x_1) / (m_c + m_p) \right)}$$

$$g(x) = \frac{\cos(x_1) / (m_c + m_p)}{l \left(\frac{4}{3} - m_p \cos^2(x_1) / (m_c + m_p) \right)}$$

avec x_1 est la position angulaire du pendule et x_2 sa vitesse angulaire. Les valeurs des paramètres du système sont: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $m_c = 1\text{kg}$, $m_p = 0.1\text{kg}$, $l = 0.5\text{m}$.

L'objectif est de forcer le signal de sortie du système y à suivre la trajectoire désirée $y_d = 0.5 \sin(t)$, avec les conditions initiales suivantes: $x_1(0) = 0.2$, $x_2(0) = 0$. Les valeurs des paramètres de la commande sont choisies comme suit : $k = 7$, $k_0 = 5$, $\eta = 20$, $\sigma = 0.01$, $\lambda = 5$. Les gains de la commande PID sont estimés en ligne par un système flou adaptative à trois entrées ; l'erreur de poursuite $E_1 = e(t)$, l'intégrale de l'erreur de poursuite $E_2 = \int_0^t e(\tau) d\tau$ et la dérive de l'erreur de poursuite $E_3 = \frac{de(t)}{dt}$. A chaque entrée E_i ($i = 1, 2, 3$), deux fonctions d'appartenance sont définies comme suit (Figure 2.1) [35, 81] :

$$\mu_{F_1^i} = \begin{cases} 0 & \text{if } E_i < -\epsilon_i \\ \left| \cos\left(\frac{\pi}{2\epsilon_i} E_i\right) \right| & \text{if } -\epsilon_i \leq E_i \leq \epsilon_i \\ 0 & \text{if } E_i > \epsilon_i \end{cases}$$

$$\mu_{F_2^i} = \begin{cases} 1 & \text{if } E_i < -\epsilon_i \\ \left| \cos\left(\frac{\pi}{2\epsilon_i} E_i + \frac{\pi}{2}\right) \right| & \text{if } -\epsilon_i \leq E_i \leq \epsilon_i \\ 1 & \text{if } E_i > \epsilon_i \end{cases}$$

avec : $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 0.4$, $\epsilon_3 = 0.1$.

Les Figures 2.2 et 2.3 présentent respectivement les résultats de simulation de la position $y = x_1$ et de la vitesse $\dot{y} = x_2$. La Figure 2.4 présente l'évolution des gains de la

commande PID u , tandis que la Figure 2.5 présente la trajectoire de l'erreur filtrée s . Ces résultats montrent que les sorties du système convergent vers leurs trajectoires désirées, et que les gains de la commande PID sont bornés.

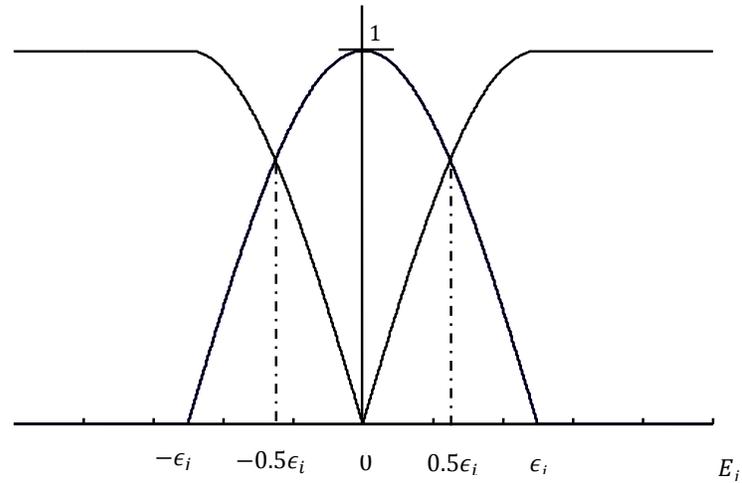


Figure 2.1. Fonctions d'appartenance du système flou.

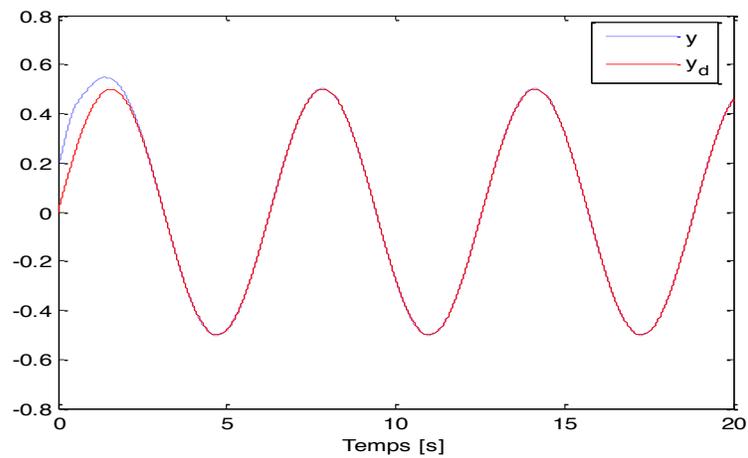


Figure 2.2. Position angulaire $y = x_1$, trajectoire désirée y_d .

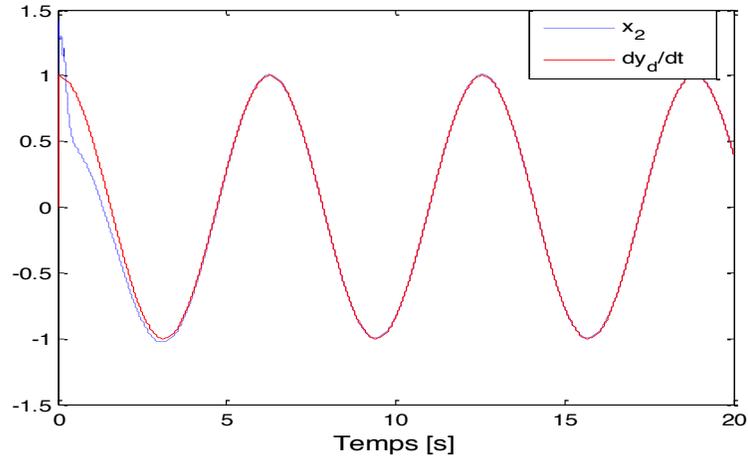


Figure 2.3. Vitesse angulaire $\dot{y} = x_2$, dérivée de la trajectoire désirée \dot{y}_d .

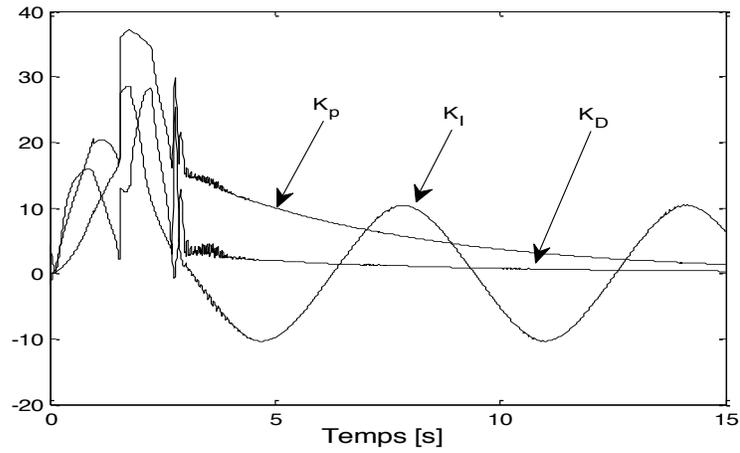


Figure 2.4. Evolution des parametres de la commande PID.

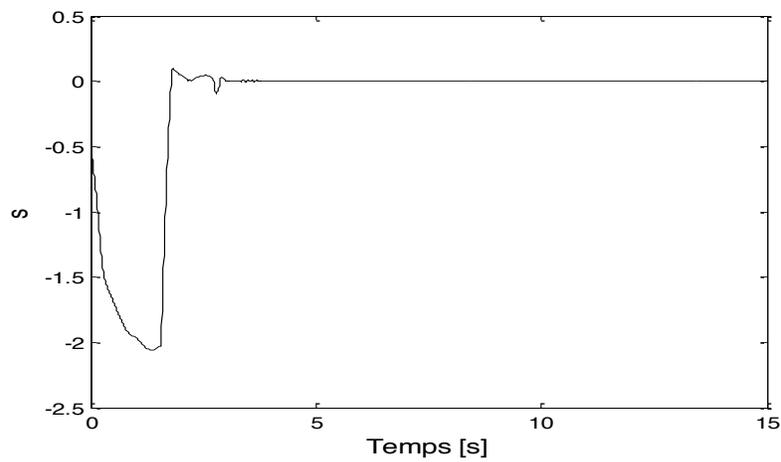


Figure 2.5. Trajectoire de l'erreur filtrée s .

2.4. Deuxième approche de commande PID floue adaptative

Dans le schéma de commande développé dans la section précédente on a supposé que le signe du gain de commande est connu et que le système ne subit aucune contraintes à son entrée. Cependant, en pratique, la négligence de ces derniers lors de la conception du contrôleur peut dégrader les performances, voir même déstabiliser le système. Dans cette section, on propose une loi de commande PID floue adaptative pour une classe des systèmes (2.1) avec la présence de contraintes à l'entrée (saturation d'amplitude et de vitesse) et dont le signe du gain de commande est inconnu.

Considérons la classe de systèmes SISO non linéaires incertains (2.1) dont on réécrit le modèle sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = f(x) + g(x)\sigma(u) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.52)$$

avec $\sigma(u)$ est la fonction de saturation de la commande u définie par [84]

$$\sigma(u) = \begin{cases} \bar{u} & u > \bar{u} \\ u & \text{for } \underline{u} \leq u \leq \bar{u} \\ \underline{u} & u < \underline{u} \end{cases} \quad (2.53)$$

où :

$$\bar{u} = \min(u_{max}, u(t - \delta) + \delta \dot{u}_{max})$$

$$\underline{u} = \max(u_{min}, u(t - \delta) + \delta \dot{u}_{min})$$

avec : δ représente une durée de temps faible.

Hypothèse 2.3: La fonction $g(x)$ est non nulle, de signe inconnu et bornée comme suit : $0 < g_0 \leq |g(x)| < g_1$.

2.4.1. Conception de la deuxième approche de commande PID floue adaptative

Dans cette section, on considère une loi de commande PID floue adaptative de même structure que (2.17), avec une loi d'adaptation modifiée pour traiter le problème de la présence des contraintes à l'entrée et une fonction de type Nussbaum [85] pour éviter le problème de méconnaissance du signe du gain de commande.

Fonction de type Nussbaum : Généralement, le développement d'une loi de commande

adaptative exige la connaissance a priori de la direction de commande (le signe du gain de commande), c'est à dire, la direction de recherche des paramètres à approximer. Dans ce chapitre, l'absence de cette connaissance est résolu par l'introduction une fonction de type Nussbaum [85].

On peut dire que la fonction $N(\rho)$ est de type Nussbaum si elle vérifie les deux propriétés utiles suivantes [85]:

- 1) $\lim_{v \rightarrow +\infty} \sup \left(\frac{1}{v} \int_0^v N(\rho) d\rho \right) = +\infty$
- 2) $\lim_{v \rightarrow +\infty} \inf \left(\frac{1}{v} \int_0^v N(\rho) d\rho \right) = -\infty$

Le lemme ci-dessous est utilisé dans l'analyse de la stabilité.

Lemme 2.1 [86]: Soient $V(t)$ et $\rho(\zeta)$ deux fonctions continues définies sur $[0, t_f)$, avec $V(t) \geq 0$, et $\rho(\zeta)$ est une fonction continues de type Nussbaum. Si l'inégalité suivante est vraie:

$$V(t) \leq \psi_0 + \int_0^t (h(\zeta)N(\rho(\zeta)) + \psi_1) \dot{\rho}(\zeta) d\zeta \text{ pour } \forall t \in [0, t_f),$$

où : $b(\zeta)$ est une fonction continue dont ses valeurs appartiennent à l'intervalle fermée $J = [\underline{h}, \bar{h}]$ et $0 \notin J$, ψ_1 est une constante positive quelconque et ψ_0 est une constante appropriée, alors $V(t)$, $\zeta(t)$ et $\int_0^t (h(\zeta)N(\rho(\zeta)) + \psi_1)$ sont bornés sur $[0, t_f)$.

La preuve de ce lemme se trouve dans [86].

On rappelle ici, la loi de commande PID floue (2.17) :

$$u = E^T W c$$

où : E^T et W sont définis dans la section précédente.

La loi d'adaptation des paramètres c est modifiée comme suit:

- (i) si $\underline{u} \leq u \leq \bar{u}$, ou ($u > \bar{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) < 0$), ou ($u < \underline{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) > 0$) :

$$\dot{c} = \eta N(\rho)(W^T E)(s + \pi) \quad (2.54)$$

$$\dot{\pi} = -\beta \pi + (\dot{s} + ks) \quad (2.55)$$

$$\dot{\rho} = \alpha (\dot{s} + ks)(s + \pi) \quad (2.56)$$

- (ii) si ($u > \bar{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) > 0$) ou ($u < \underline{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) < 0$) :

$$\dot{c} = -\eta N(\rho)(W^T E)(s + \pi) \quad (2.57)$$

$$\dot{\pi} = -\beta\pi + (\dot{s} + ks) \quad (2.58)$$

$$\dot{\rho} = \alpha(\dot{s} + ks)(s + \pi) \quad (2.59)$$

où : η , β , k et α sont des constantes positives.

2.4.2. Analyse de la stabilité

Théorème 2.3: Considérons le système (2.52) et supposons que les hypothèses 2.1 et 2.3 sont satisfaites, alors la loi de commande proposée (2.17) avec sa loi d'adaptation des paramètres (2.55-2.60) garantit que l'erreur de poursuite converge exponentiellement vers zéro et que tous les signaux impliqués dans le système bouclé sont bornés.

Preuve du théorème 2.3 :

En additionnant et soustrayant le terme $g(x)u + g(x)u^*$ au second terme de (2.4), on obtient:

$$\dot{s} = v - f(x) - g(x)u^* + g(x)(u^* - u) + g(x)(u - \sigma(u)) \quad (2.60)$$

En utilisant (2.7) et (2.20), et en considérant que l'erreur d'approximation ε est nulle ($\varepsilon = 0$), (2.61) devient

$$\dot{s} = -ks + g(x)E^T W \tilde{c} + g(x)(u - \sigma(u)) \quad (2.61)$$

Considérons la fonction de Lyapunov suivante:

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\eta}\tilde{c}^T \tilde{c} + \frac{1}{2}\pi^2 \quad (2.62)$$

Alors

$$\dot{V} = s\dot{s} - \frac{1}{\eta}\tilde{c}^T \dot{\tilde{c}} + \pi\dot{\pi} \quad (2.63)$$

Par substitution de (2.24) dans (2.63), on obtient :

$$\dot{V} = -ks^2 + sg(x)E^T W \tilde{c} + sg(x)(u - \sigma(u)) - \frac{1}{\eta}\tilde{c}^T \dot{\tilde{c}} + \pi\dot{\pi} \quad (2.64)$$

Premier cas : ($\underline{u} \leq u \leq \bar{u}$) ou ($u > \bar{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) < 0$) ou ($u < \underline{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) > 0$), c'est-à-dire., $N(\rho)(u - \sigma(u))(s + \pi) \leq 0$.

En remplaçant (2.54) dans (2.64), on obtient :

$$\dot{V} = -ks^2 + sg(x)E^T W \tilde{c} + sg(x)(u - \sigma(u)) - N(\rho)(\tilde{c}^T E^T W)(s + \pi) + \pi\dot{\pi} \quad (2.65)$$

A partir de (2.61), on a :

$$\dot{s} + ks = g(x)E^T W\tilde{c} + g(x)(u - \sigma(u)) \quad (2.66)$$

Par conséquent, l'équation (2.65) peut être réécrite comme suit:

$$\dot{V} = -ks^2 + s(\dot{s} + ks) - \frac{N(\rho)}{g(x)}(\dot{s} + ks)(s + \pi) + N(\rho)(u - \sigma(u))(s + \pi) + \pi\dot{\pi} \quad (2.67)$$

Des équations (2.55)-(2.56) et du fait que $N(\rho)(u - \sigma(u))(s + \pi) \leq 0$, alors :

$$\dot{V} \leq -ks^2 + \left(h(x)N(\rho) + \frac{1}{\alpha}\right)\dot{\rho} - \beta\pi^2 \quad (2.68)$$

avec : $h(x) = -1/(\alpha g(x))$.

En intégrant maintenant (2.68) de 0 à t , on obtient:

$$V(t) \leq \Psi_0 + \int_0^t (h(\xi)N(\rho) + \Psi_1)\dot{\rho}(\xi)d\xi \quad (2.69)$$

où : $\Psi_0 = V(0)$, $\Psi_1 = \frac{1}{\alpha}$.

Selon l'hypothèse 2.3, les éléments de $h(\cdot)$ appartiennent à l'intervalle $I_h = \left[-\frac{1}{\alpha g_0}, -\frac{1}{\alpha g_1}\right]$ avec $0 \notin I_h$. En utilisant le lemme 2.1 et l'équation (2.69), on peut conclure que les signaux $V(t)$, $N(t)$ et $\int_0^t \left(h(\zeta)N(\rho(\zeta)) + \frac{1}{\alpha}\right)$ sont bornés sur $t \in [0, t_f]$. Cette bornitude reste valable pour $t_f \rightarrow \infty$ (voire [87, 88]), ce qui signifie que $s, \tilde{c}, \pi, x, u \in L_\infty$. De (2.68) et du fait que $\int_0^t \left(h(\zeta)N(\rho(\zeta)) + \frac{1}{\alpha}\right)$ et V sont bornés, on peut facilement montrer que $s \in L_2$ (carrées intégrables), de plus nous connaissons que $\dot{s} \in L_\infty$. Par l'utilisation du lemme de Barbalat [2], on peut conclure la convergence asymptotique vers zéro de $s(t)$, ce qui implique aussi la convergence asymptotique vers zéro de l'erreur de poursuite $e(t)$.

Deuxième cas : ($u > \bar{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) < 0$) ou ($u < \underline{u}$ et $N(\rho)(s + \pi) > 0$), c'est-à-dire., $N(\rho)(u - \sigma(u))(s + \pi) \geq 0$.

En remplaçant (2.58) dans (2.65), on obtient :

$$\dot{V} = -ks^2 + sg(x)E^T W\tilde{c} + sg(x)(u - \sigma(u)) + N(\rho)(\tilde{c}^T E^T W)(s + \pi) + \pi\dot{\pi} \quad (2.70)$$

A partir des équations (2.66) et (2.70), il vient:

$$\dot{V} = -ks^2 + s(\dot{s} + ks) + \frac{N(\rho)}{g(x)}(\dot{s} + ks)(s + \pi) - N(\rho)(u - \sigma(u))(s + \pi) + \pi\dot{\pi} \quad (2.71)$$

A partir des équations (2.58)-(2.59) et du fait que $-N(\rho)(u - \sigma(u))(s + \pi) \leq 0$, il vient:

$$\dot{V} \leq -ks^2 + \left(h(x)N(\rho) + \frac{1}{\alpha} \right) \dot{\rho} - \beta\pi^2 \quad (2.72)$$

avec $h(x) = 1/(\alpha g(x))$.

On remarque que cette dernière équation est similaire à l'équation (2.69), et aussi les éléments de $h(\cdot)$ appartiennent à un intervalle borné. Alors, d'une manière similaire à la discussion faite pour l'équation (2.69), on peut conclure la convergence asymptotique vers zéro de $s(t)$, ce qui implique aussi la convergence asymptotique vers zéro de l'erreur de poursuite $e(t)$.

2.4.3. Résultats de simulation

Dans cette partie, afin de tester l'efficacité de la loi de commande PID floue adaptative proposée, on va considérer la commande en poursuite d'un système non linéaire du deuxième ordre défini par la dynamique suivante [84]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -5x_1^3 - 2x_2 + \sigma(u) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.73)$$

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système $y = x_1$ à suivre la trajectoire désirée $y_d = \sin(t)$.

Dans cette simulation, on utilise un système flou de même structure que celui du l'exemple de simulation de la section précédente pour approximer les paramètres de la commande PID.

Les paramètres de la commande sont choisis comme suit: $\eta = 7, k = 5, \beta = 20, \alpha = 0.01, \lambda = 5$. avec les conditions initiales suivantes: $x_1(0) = 0,5, x_2(0) = 0$.

Les paramètres de la saturation sont choisis comme suit: $\delta = 0.01, u_{max} = 5, u_{min} = -5, \dot{u}_{max} = 6$ et $\dot{u}_{min} = -6$.

Les résultats de la simulation sont illustrés par les Figures 2.6 à 2.8. A partir de ces Figures, nous pouvons voir que, en plus de la capacité de cette commande à traiter les problèmes de la dynamique inconnue, il est aussi capable de faire face au problème de méconnaissance de la direction du gain de commande et de la saturation de l'amplitude de la commande et de la vitesse de sa variation.

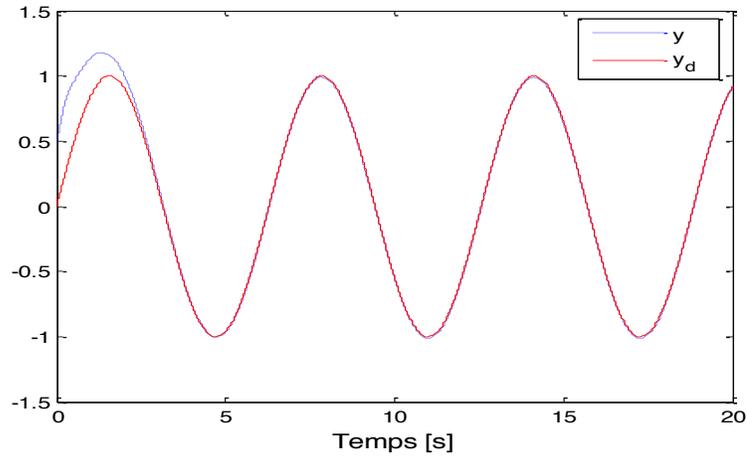


Figure 2.6. Sortie du système y , trajectoire désirée y_d .

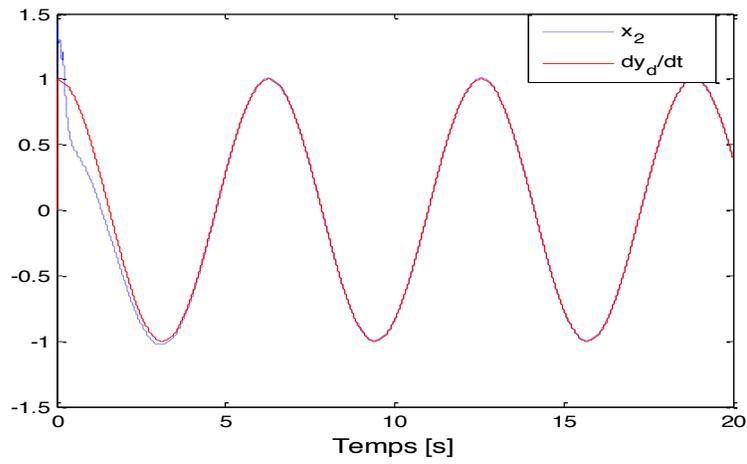


Figure 2.7. Dérivée de la sortie du système x_2 , dérivée de la trajectoire désirée \dot{y}_d

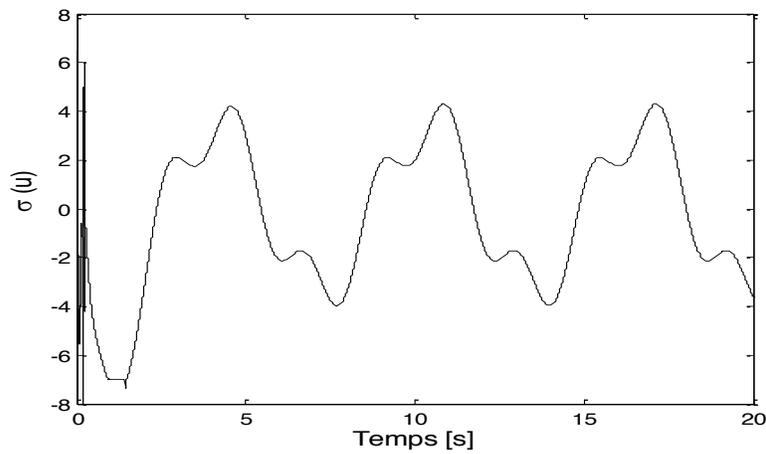


Figure 2.8. Signal de commande $\sigma(u)$.

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, deux schémas de commande PID floue adaptative pour une classe de systèmes non linéaires SISO incertains ont été développés. Dans ces schémas, un système flou est utilisé afin d'estimer en ligne les gains optimaux de la loi de commande PID.

Dans la première approche, la mise à jour des paramètres du système flou est effectuée par le biais d'une loi d'adaptation de type gradient permettant de minimiser l'erreur entre la commande PID et la commande idéale inconnue et préserver ainsi les performances désirées garantit par cette dernière. Afin de compenser l'erreur d'approximation floue et rendre le contrôleur plus robuste un terme de type *e-modification* est adopté dans la loi d'adaptation.

La deuxième approche prend en charge le problème de la méconnaissance du signe de gain de commande et le problème de la saturation de la commande. A cet effet, une fonction de type Nussbaum est utilisée pour estimer le signe du gain de commande, et la loi d'adaptation est modifiée d'une manière appropriée pour éliminer l'effet de saturation de l'amplitude et de la vitesse de la commande.

Les schémas des commandes proposées assurent la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée, et la convergence de l'erreur de poursuite vers une région ajustable dans le premier schéma et vers zéro dans le second schéma. Deux exemples de simulation numérique ont été présentés pour illustrer l'analyse théorique.

Chapitre 3
Commande PID floue adaptative des
systemes non linéaires
multivariables carrés

3.1. Introduction

La commande des systèmes MIMO est une tâche plus difficile que celle de la commande système SISO. Cela est due aux différents couplages entre ses entrées, ses sorties et ses états. Ce chapitre est consacré à la commande des systèmes non linéaire MIMO incertains carrés (complètement actionnés) par la commande PID floue adaptative.

La commande PID adaptative des systèmes non linéaires MIMO incertains a intéressé beaucoup de chercheurs [36-44]. Dans [36], les auteurs proposent une loi de commande PID adaptative pour un système multivariable mal connu. Cette loi de commande est basée sur un modèle du système du type réseau de neurone dont les paramètres sont adaptés par un filtre de Kalman étendu pour estimer les éventuels changements du système. Les gains de la commande PID sont ajustés par une loi d'adaptation développée par la méthode de Lyapunov permettant de minimiser l'erreur de poursuite quadratique. Dans [37], les auteurs proposent le même schéma de commande dont lequel la loi d'adaptation des gains de la commande est remplacée par un algorithme de programmation évolutionnaire (Evolutionary Programming EP). Dans [38] les auteurs proposent d'utiliser deux réseaux de neurone ; le premier est utilisé pour modéliser la dynamique du système et la deuxième pour est utilisé pour mise à jour les gains de la commande PID. Dans ce schéma, les paramètres réglables de ces réseaux de neurone sont ajustés par l'algorithme de gradient. Dans [39, 40], un réseau de neurone est directement exploité pour estimer et ajuster les gains de la loi commande PID pour atteindre les objectifs sans avoir besoin d'estimer la dynamique du système. Malgré les bons résultats obtenus par ces deux travaux, l'étude de stabilité n'est pas fournie. Dans [41], la commande PID adaptative est augmentée par un terme de mode de glissement, dans ce schéma, la loi d'adaptation des paramètres de la commande est sélectionnée en se basant sur la méthode de Lyapunov. La classe des systèmes considérés dans ce travail est partiellement connue. Dans [42-44], les auteurs utilisent une commande PID adaptative pour approximer une commande idéale obtenue à partir de la technique de linéarisation par retour d'état. Les gains de la commande sont estimés par un système flou à paramètres adaptatifs. Dans [42], l'erreur d'approximation est supposée nulle, tandis que dans [43, 44] les auteurs utilisent une loi d'adaptation de type gradient qui prend en compte l'erreur d'approximation. Dans ces schémas, l'étude de la stabilité du système globale est fondée sur le théorème de la stabilité direct de Lyapunov.

Dans ce chapitre, sur la base du travail présenté dans [42], la loi de commande PID adaptative donnée dans [43, 44] est améliorée par l'introduction des systèmes flous pour l'estimation des gains de la commande et par la modification de la loi d'adaptation. Ensuite, cette dernière est élargie au cas des systèmes non linéaires MIMO présentant des non-linéarités à l'entrée de type zone-morte et des perturbations externes bornées. L'utilisation des systèmes flous permet de garantir que l'erreur d'approximation est de l'ordre de l'erreur de modélisation, c'est-à-dire, l'hypothèse restrictive sur l'erreur d'approximation dans [43, 44] sera levée. Dans la loi d'adaptation, afin de surmonter les inconvénients liés à l'utilisation du terme σ -*modification* dans [43, 44], et de rendre le contrôleur plus robuste, ce dernier est remplacé par un terme de type e -*modification*. Les résultats obtenus sont comparés avec des schémas de commande adaptative existants dans la littérature.

3.2. Position du problème

Considérons la classe des systèmes non linéaires MIMO incertains donnée par le modèle d'état suivant :

$$\begin{aligned} y_1^{(r_1)} &= f_1(x) + \sum_{j=1}^p g_{1j}(x) N_j(u_j) + \delta_1(t) \\ &\vdots \\ y_p^{(r_p)} &= f_p(x) + \sum_{j=1}^p g_{pj}(x) N_j(u_j) + \delta_p(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

où :

$x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}]^T$ est le vecteur d'état global du système, notons que ce vecteur est supposé disponible pour la mesure.

$u = [u_1, \dots, u_p]$ est le vecteur de l'entrée de commande,

$y = [y_1, \dots, y_p]$ est le vecteur de sortie,

$f_i(x)$ et $g_{ij}(x)$, (avec $i, j = 1, \dots, p$) sont des fonctions non linéaires inconnues,

$N(u) = [N_1(u_1), \dots, N_p(u_p)]$ est le vecteur des non-linéarités aux entrées de type zone morte supposé inconnu,

$\delta(t) = [\delta_1(t), \delta_2(t), \dots, \delta_p(t)]$ est le vecteur de perturbation supposé borné, c'est-à-dire $|\delta_i(t)| \leq \delta_i^*$, $i = 1, \dots, p$ où δ_i^* est une constante positive.

En posant :

$$y^{(r)} = \left[y_1^{(r_1)} \dots y_p^{(r_p)} \right]^T$$

$$f(x) = \left[f_1(x) \dots f_p(x) \right]^T$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \dots & g_{1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{p1}(x) & \dots & g_{pp}(x) \end{bmatrix}$$

Le système (3.1) peut être réécrit sous la forme compacte suivante :

$$y^{(r)} = f(x) + G(x)N(u) + \delta(t) \quad (3.2)$$

Objectif : l'objectif est de développer une loi de commande $u(t)$ de type PID adaptative qui permet de forcer les sorties du système y_i à suivre des trajectoires désirées y_{di} ($i = 1, 2, \dots, p$), sous la contrainte que tous les signaux impliqués dans la boucle de commande doivent être bornés.

Dans ce chapitre, les hypothèses suivantes sont considérées.

Hypothèse 3.1 : Chaque trajectoire désirée y_{di} ($i = 1, 2, \dots, p$) est continue, bornée et r_i -fois différentiable.

Hypothèse 3.2 : La matrice $G(x)$ est symétrique, inversible et bornée. Ainsi elle est soit strictement positive ou soit strictement négative. Sans perte de généralité, nous considérons ici que $0 < g_0 I_p \leq G(x) < g_1 I_p$, avec g_0 et g_1 sont des constantes positives, I_p est une matrice d'identité de taille $p \times p$.

Les erreurs de poursuite sont définies par :

$$\begin{aligned} e_1(t) &= y_{d1}(t) - y_1(t) \\ &\vdots \\ e_p(t) &= y_{dp}(t) - y_p(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

et les erreurs de poursuite filtrées sont définies par :

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda_1 \right)^{r_1-1} e_1(t), \lambda_1 > 0 \\ &\vdots \\ s_p(t) &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda_p \right)^{r_p-1} e_p(t), \lambda_p > 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

La solution de l'équation $s_i(t) = 0$ ($i = 1, 2, \dots, p$) implique que l'erreur de poursuite $e_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, p$) converge vers zéro avec une certaine constante de temps [12, 80-

82]. Par conséquent, l'objectif de la commande revient alors à forcer le signal $s_i(t)$ à converger vers zéro quand le temps t tend vers l'infini.

Les dérivées des erreurs de poursuite filtrées peuvent s'écrire comme suit:

$$\begin{aligned}\dot{s}_1 &= v_1 - f_1(x) - \sum_{j=1}^p g_{1j}(x) N_1(u_1) - \delta_1(t) \\ &\vdots \\ \dot{s}_p &= v_p - f_p(x) - \sum_{j=1}^p g_{pj}(x) N_j(u_j) - \delta_p(t)\end{aligned}\quad (3.5)$$

où

$$\begin{aligned}v_1 &= y_{d1}^{(r_1)} + \beta_{1,r_1-1} e_1^{(r_1-1)} + \dots + \beta_{1,1} \dot{e}_1 \\ &\vdots \\ v_p &= y_{dp}^{(r_p)} + \beta_{p,r_p-1} e_p^{(r_p-1)} + \dots + \beta_{p,1} \dot{e}_p\end{aligned}\quad (3.6)$$

avec : $\beta_{i,j} = \frac{(r_i-1)!}{(r_i-j)!(j-1)!} \lambda_i^{r_i-j}$, $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, r_i - 1$.

En posant :

$$s = [s_1, \dots, s_p]^T, \quad v = [v_1, \dots, v_p]^T$$

L'équation (3.5) peut être réécrite sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{s} = v - f(x) - G(x)N(u) - \delta(t)\quad (3.7)$$

Chaque sortie de la zone morte peut être exprimée comme suit [13, 89] :

$$N_i(u_i) = a_i u_i + b_i(t), \text{ pour } i = 1, 2, \dots, p\quad (3.8)$$

où : a_i est une constante positive inconnue, et $b_i(t)$ est une fonction non linéaire inconnue bornée par une constante positive b_i^* ($|b_i(t)| \leq b_i^*$).

Posons maintenant

$$b(t) = [b_1(t), b_2(t), \dots, b_p(t)]$$

$$b^* = [b_1^*, b_2^*, \dots, b_p^*]$$

$$A = \text{diag}[a_1, a_2, \dots, a_p].$$

Par conséquent, Le vecteur de sortie de la zone morte $N(u) = [N_1(u_1), \dots, N_p(u_p)]$ peut être écrit comme suit :

$$N(u) = Au + b(t)\quad (3.9)$$

Notons que le vecteur $b(t)$ peut être traité ici comme une perturbation bornée de la

commande u .

En utilisant (3.9), l'équation de la dynamique de s défini dans (3.7) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{s} = v - f(x) - G_A(x)u - d(x, t) \quad (3.10)$$

où : $G_A(x) = G(x)A$ et $d(x, t) = G(x)b(t) + \delta(t)$,

Dans le cas où les fonctions $f_i(x)$, $g_{ij}(x)$, $b_i(t)$ et $\delta_i(t)$ sont connues, la loi de commande idéale u^* suivante peut atteindre l'objectif de commande [90] :

$$u^* = (G_A(x))^{-1} \left(-f(x) + v + ks + k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) - d(x, t) \right) \quad (3.11)$$

avec : $k = \text{diag}[k_1, \dots, k_p]$, $k_0 = \text{diag}[k_{01}, \dots, k_{0p}]$ et

$\tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) = \left[\tanh\left(\frac{s_1}{\varepsilon_0}\right), \dots, \tanh\left(\frac{s_p}{\varepsilon_0}\right) \right]^T$ où k_i , k_{0i} et ε_0 sont des constantes positives.

En effet, en remplaçant la loi de commande idéale (3.11) dans (3.10), on obtient :

$$\dot{s} = -ks - k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) \quad (3.12)$$

D'après cette dernière équation, on peut conclure que l'erreur filtrée $s_i \rightarrow 0$, ($i = 1, 2, \dots, p$) quand $t \rightarrow \infty$. cela implique que l'erreur de poursuite e_i , ($i = 1, 2, \dots, p$) et toutes ses dérivées jusqu'à $r_i - 1$ convergent vers zéro quand $t \rightarrow \infty$.

Malheureusement, la commande idéale (3.11) n'est pas réalisable puisque les fonctions $f_i(x)$, $g_{ij}(x)$, $b_i(t)$ et $\delta_i(t)$ sont supposées inconnues. Afin de surmonter ce problème, on propose dans ce chapitre d'approximer la loi de commande idéale (3.11) par une loi de commande PID adaptative.

3.3. Conception de la commande PID floue adaptative

On propose ici d'approcher la commande idéale inconnue u_i^* ($i = 1, 2, \dots, p$) par une loi commande PID adaptative donnée par [90] :

$$u_i = K_{P_i} e_i(t) + K_{I_i} \int_0^t e_i(\tau) d\tau + K_{D_i} \frac{de_i(t)}{dt}, \quad i = 1, 2, \dots, p. \quad (3.13)$$

où : K_{P_i} est le gain proportionnel, K_{I_i} est le gain d'intégration, K_{D_i} est le gain de dérivation et $e_i(t) = y_{d_i} - y_i$ est l'erreur de poursuite.

La loi de commande PID (3.13) peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$u_i = E_i^T K_{PID_i} \quad (3.14)$$

où : $E_i = [e_i, \int_0^t e_i(\tau) d\tau, \frac{de_i}{dt}]^T$ est le vecteur de l'erreur de poursuite et $K_{PID_i} = [K_{P_i}, K_{I_i}, K_{D_i}]^T$ est le vecteur des gains de la commande.

Le vecteur de la commande global $u = [u_1, \dots, u_p]^T$ peut être écrit sous la forme compacte suivante:

$$u = E^T K_{PID} \quad (3.15)$$

avec : $E = \text{diag}[E_1, \dots, E_p]$ et $K_{PID} = [K_{PID_1}, \dots, K_{PID_p}]^T$.

Dans ce travail, on a opté pour des systèmes flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro pour recopier les vecteurs des gains K_{PID_i} ($i = 1, 2, \dots, p$). Chaque vecteur de gains K_{PID_i} est identifié par un système flou SF_i dont les entrées sont l'erreur de poursuite $E_{i1} = e_i(t)$, l'intégrale de l'erreur de poursuite $E_{i2} = \int_0^t e_i(t) d\tau$, et la dérivée de l'erreur de poursuite $E_{i3} = \frac{de_i(t)}{dt}$. La sortie du système flou SF_i ($i = 1, 2, \dots, p$), est le vecteur de gains de la commande K_{PID_i} . Pour chaque entrée E_{ij} ($j = 1, 2, 3$) du système flou SF_i on définit M_{ij} ensembles flous F_{ij}^k ($k = 1, \dots, M_{ij}$). La base de règles floues du système flou SF_i est construite par la collection de règles R_i^l , $l = 1, 2, \dots, N_i$, de la forme [90]:

R_i^l : **SI** E_{i1} est G_{i1}^l , E_{i2} est G_{i2}^l et E_{i3} est G_{i3}^l **ALORS** K_{P_i} est $c_{P_i}^l$, K_{I_i} est $c_{I_i}^l$ et K_{D_i} est $c_{D_i}^l$

où $G_{ij}^l \in \{F_{ij}^1, \dots, F_{ij}^{M_{ij}}\}$, N_i est le nombre des règles, et $c_{P_i}^l$, $c_{I_i}^l$ et $c_{D_i}^l$ sont les sorties de la l ème règle.

En utilisant la méthode de produit algébrique pour l'implication et la méthode de la moyenne pondérée pour la défuzzification, la sortie du système flou SF_i , à savoir les gains de la commande u_i sont donnés par [90]:

$$\begin{aligned} K_{P_i} &= \frac{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_i^l c_{P_i}^l}{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_i^l} \\ K_{I_i} &= \frac{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_i^l c_{I_i}^l}{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_i^l} \\ K_{D_i} &= \frac{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_i^l c_{D_i}^l}{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_i^l} \end{aligned} \quad (3.16)$$

où

$\mu_i^l = \prod_{j=1}^3 \mu_{G_{ij}^l}(E_{ij})$, $\mu_{G_{ij}^l} \in \left\{ \mu_{F_{ij}^1}, \dots, \mu_{F_{ij}^M} \right\}$, avec $\mu_{F_{ij}^k}(\cdot)$ est la fonction d'appartenance qui caractérise l'ensemble flou F_{ij}^k .

Notons par $c_{Pi} = [c_{Pi}^1, \dots, c_{Pi}^{N_i}]^T$, $c_{Ii} = [c_{Ii}^1, \dots, c_{Ii}^{N_i}]^T$ et $c_{Di} = [c_{Di}^1, \dots, c_{Di}^{N_i}]^T$ les vecteurs des paramètres ajustables (les parties conclusions des systèmes flous), et $w_i = [w_i^1, \dots, w_i^{N_i}]^T$ le vecteur des fonctions de base radiales où chaque élément w_i^l est défini par :

$$w_i^l = \frac{\mu_i^l}{\sum_{l=1}^{N_i} \mu_i^l}, l = 1, 2, \dots, N_i$$

Avec cette notation, les paramètres K_{Pi} , K_{Ii} et K_{Di} peuvent être écrits comme suit :

$$\begin{cases} K_{Pi} = w_i^T c_{Pi} \\ K_{Ii} = w_i^T c_{Ii} \\ K_{Di} = w_i^T c_{Di} \end{cases} \quad (3.17)$$

Où encore :

$$K_{PIDi} = \begin{bmatrix} K_{Pi} \\ K_{Ii} \\ K_{Di} \end{bmatrix} = W_i c_i \quad (3.18)$$

avec $c_i = [c_{Pi}^T, c_{Ii}^T, c_{Di}^T]^T$ et $W_i = \text{diag}[w_i^T, w_i^T, w_i^T]$.

Par substitution du vecteur de gain (3.18) dans (3.14), on obtient :

$$u_i = E_i^T W_i c_i \quad (3.19)$$

En posant : $W = \text{diag}[W_1, \dots, W_p]$ et $c = [c_1^T, \dots, c_p^T]^T$, la loi de commande PID multivariable appliquée au système (3.1) s'écrit comme suit:

$$u = E^T W c \quad (3.20)$$

On note ici que l'utilisation des systèmes flous pour estimer les gains de la commande dans PID, permet d'approximer la commande idéale inconnue u^* (3.11) par la loi de commande PID adaptative (3.20) avec une certaine erreur d'approximation dénotée par ε . Sur la base du théorème d'approximation universelle des systèmes flous [78], cette erreur est considérée arbitrairement petite ($\|\varepsilon\| \leq \bar{\varepsilon}$, $\bar{\varepsilon} > 0$). En effet, dans notre approche l'hypothèse restrictive sur l'erreur d'approximation dans [43, 44] est n'est pas nécessaire.

Par conséquent, la commande idéale inconnue u^* peut être écrite sous la forme suivante :

$$u^* = E^T W c^* + \varepsilon \quad (3.21)$$

$c^* = [c_1^*, \dots, c_p^*]^T$ est le vecteur des valeurs optimaux inconnues des éléments de c .

$\varepsilon = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p]^T$ est le vecteur des erreurs d'approximation floue.

Les paramètres du vecteur c seront calculés en ligne par une loi d'adaptation afin de répondre aux spécifications souhaitées comme bien détaillé dans la suite.

En effet, on propose une nouvelle loi d'adaptation pour la mise à jour du vecteur des paramètres c afin de minimiser l'erreur e_u entre u et u^* donnée par [90] :

$$e_u = u^* - u \quad (3.22)$$

En remplaçant (3.20) et (3.21) dans (3.22), on obtient:

$$e_u = E^T W \tilde{c} + \varepsilon \quad (3.23)$$

Où $\tilde{c} = c^* - c$ est le vecteur d'erreur d'estimation paramétrique.

En additionnant et soustrayant le terme $G_A(x)u^*$ au second terme de (3.10), on obtient :

$$\dot{s} = v - f(x) - G_A(x)u - d(x, t) + G_A(x)u^* - G_A(x)u^* \quad (3.24)$$

En utilisant (3.11) et (3.22), alors (3.24) devient :

$$\dot{s} = -ks - k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) + G_A(x)e_u \quad (3.25)$$

L'approche utilisée pour générer la loi d'adaptation du vecteur c est basée sur la minimisation de la fonction de coût quadratique suivante :

$$J = \frac{1}{2} e_u^T G_A(x) e_u \quad (3.26)$$

En remplaçant (3.20) dans (3.26), il vient :

$$J = \frac{1}{2} (u^* - E^T W c)^T G_A(x) (u^* - E^T W c) \quad (3.27)$$

Par application du gradient, on obtient :

$$\dot{c} = -\eta \nabla_c J \quad (3.28)$$

avec : η une constante positive.

De l'équation (3.26) et (3.27), le terme de gradient $\nabla_c J$ est défini par :

$$\nabla_c J = -W^T E G_A(x) e_u \quad (3.29)$$

Par conséquent, (3.29) devient :

$$\dot{c} = \eta W^T E G_A(x) e_u \quad (3.30)$$

En remplaçant la valeur du terme $G_A(x) e_u$ déduite de (3.25), \dot{c} devient :

$$\dot{c} = \eta W^T E \left(\dot{s} + k_s s + k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) \right) \quad (3.31)$$

Afin de garantir la bornitude des valeurs des éléments du vecteur des paramètres c en présence de l'erreur d'approximation e_u et améliorer les performances de robustesse, nous allons modifier la loi d'adaptation (3.30) par l'introduction d'un terme en fonction de l'erreur d'approximation e_u appelé *e-modification* et surmonter ainsi les inconvénients de lier à l'utilisation du terme *σ -modification* dans les travaux [43, 44].

Bien que l'augmentation de la loi d'adaptation (3.30) par le terme de *σ -modification* peut garantir la convergence des paramètres (voire [43, 44]), certains aspects de cette loi d'adaptation restent à améliorer.

En effet, en utilisant la méthode de *σ -modification*, la loi d'adaptation (3.30) sera modifiée comme suit:

$$\dot{c} = \eta W^T E G_A(x) e_u - \eta \sigma c \quad (3.32)$$

où σ est une constante positive.

Le but de l'adaptation ici est de faire converger le vecteur des paramètres c vers sa valeur optimale c^* , c'est-à-dire., après un certain temps l'erreur paramétrique \tilde{c} converge vers zéro. Il est clair donc que la loi d'adaptation (3.32) ne permet pas de garantir cet objectif parce que lorsque e_u est très faible ($e_u \approx 0$), on a $\dot{c} \approx -\eta \sigma c$.

Afin de surmonter cet inconvénient, on propose d'utiliser le terme *e-modification* $\eta |v^T G_A(x) e_u| c$ comme dans la loi d'adaptation suit [90] :

$$\dot{c} = \eta W^T E G_A(x) e_u - \eta |v^T G_A(x) e_u| c \quad (3.33)$$

avec : $v = [\sigma, \dots, \sigma]^T \in R^p$.

Il est clair que lorsque les paramètres deviennent dans un certain intervalle acceptable, le terme de *e-modification* ($\eta \sigma c |g(x) e_u|$) n'a pas besoin d'être actif (il tend vers zéro quand e_u tend vers zéro), ce qui implique la convergence de \dot{c} vers zéro ($\dot{c} \approx 0$).

Le schéma bloc complet de la commande PID floue adaptative proposée est présenté

par la Figure 3.1.

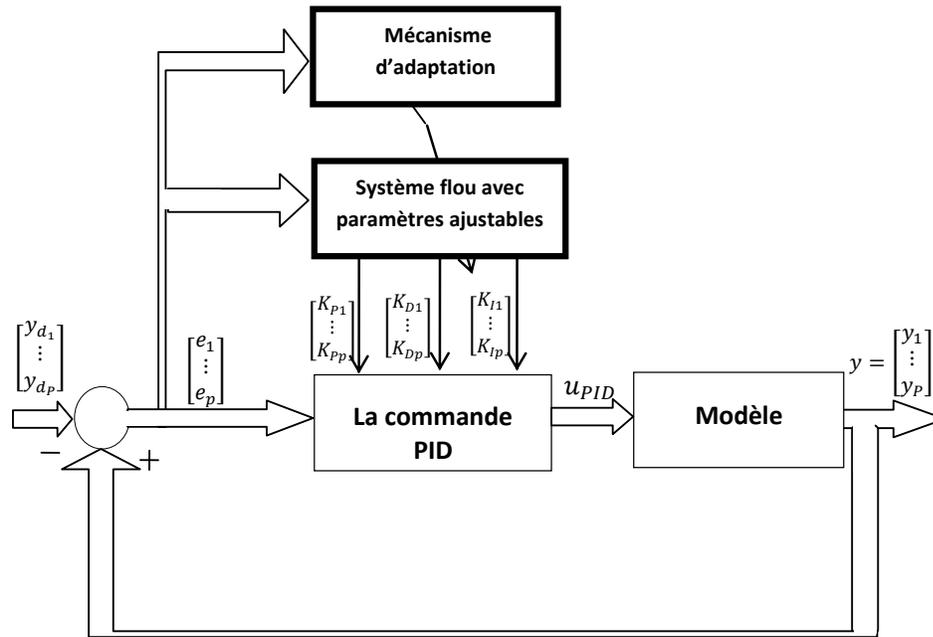


Figure 3.1. Schéma de la commande PID floue adaptative

3.4. Analyse de la stabilité

Théorème 3.1: Considérons le système multivariable (3.1) et supposons que les hypothèses 3.1 et 3.2 sont satisfaites, alors la loi de commande PID floue définie par (3.20) avec la loi d'adaptation (3.33) garantit que $\tilde{c} \in L_\infty$ et e_u est de l'ordre de $\|v\|^2 + \varepsilon^2$ au sens de la moyenne quadratique.

Théorème 3.2: Considérons le système (3.1) et supposons que les hypothèses 3.1 et 3.2 sont satisfaites, alors la loi de commande proposée (3.20) avec sa loi d'adaptation (3.33) garantit que :

- (i) L'erreur de poursuite converge exponentiellement vers une région ajustable si l'erreur d'approximation ε est prise en considération ($\varepsilon \neq 0$).
- (ii) L'erreur de poursuite converge exponentiellement vers zéro si on considère que l'erreur d'approximation ε est nulle ($\varepsilon = 0$), et en prenant $\sigma = 0$.

Preuve du théorème 3.1:

Nous définissons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2\eta} \tilde{c}^T \tilde{c} \quad (3.34)$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{\eta} \tilde{c}^T \dot{\tilde{c}} \quad (3.35)$$

En substituant (3.33) dans (3.35), on trouve :

$$\dot{V}_1 = -\tilde{c}^T (W^T E G_A(x) e_u - |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| c) \quad (3.36)$$

On déduit la valeur du terme $\tilde{c}^T W^T E$ de (3.23) puis on le remplace dans (3.36), on obtient :

$$\dot{V}_1 = -(e_u^T - \varepsilon^T) G_A(x) e_u + \tilde{c}^T c |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| \quad (3.37)$$

En utilisant l'inégalité :

$$\tilde{c}^T c \leq -\frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 + \frac{1}{2} \|c^*\|^2 \quad (3.38)$$

Alors :

$$\dot{V}_1 \leq -(e_u^T - \varepsilon^T) G_A(x) e_u - \frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| + \frac{1}{2} \|c^*\|^2 |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| \quad (3.39)$$

Puisque $\|\varepsilon\| < \bar{\varepsilon}$, alors $|\varepsilon^T G_A(x) e_u| \leq \bar{\varepsilon} |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u|$, et (3.39) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{V}_1 \leq -e_u^T G_A(x) e_u - \left(-\bar{\varepsilon} + \frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 - \frac{1}{2} \|c^*\|^2 \right) |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| \quad (3.40)$$

Il est clair de (3.40) que si $\frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 \geq \frac{1}{2} \|c^*\|^2 + |\bar{\varepsilon}_1|$ ou $\frac{1}{2\eta} \|\tilde{c}\|^2 \geq \frac{1}{2\eta} \|c^*\|^2 + \frac{1}{2\eta} \bar{\varepsilon}$, c'est-à-dire, $V_1 \geq V_0 \triangleq \frac{1}{\eta} \left(\frac{1}{2} \|c^*\|^2 + \bar{\varepsilon} \right)$, alors $\dot{V}_1 \leq 0$, ce qui implique la bornitude de V_1 et \tilde{c} ($V_1, \tilde{c} \in L_\infty$).

Nous examinons maintenant la convergence de l'erreur e_u .

A partir de (3.39), on a:

$$\dot{V}_1 \leq -e_u^T G_A(x) e_u + \varepsilon^T G_A(x) e_u - \frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| + \frac{1}{2} \|c^*\|^2 |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| \quad (3.41)$$

En utilisant les inégalités évidentes (3.42) et (3.43) suivantes :

$$-e_u^T G_A(x) e_u + \frac{1}{2} \|c^*\|^2 |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| \leq -\frac{1}{2} e_u^T G_A(x) e_u + \frac{1}{8} \|c^*\|^4 |\mathbf{v}^T G_A(x) \mathbf{v}| \quad (3.42)$$

$$\varepsilon^T G_A(x) e_u \leq \frac{1}{4} e_u^T G_A(x) e_u + \varepsilon^T G_A(x) \varepsilon \quad (3.43)$$

L'inégalité (3.41) devient :

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{4} e_u^T G_A(x) e_u - \frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 |\mathbf{v}^T G_A(x) e_u| + \frac{1}{8} \|c^*\|^4 \mathbf{v}^T G_A(x) \mathbf{v} + \varepsilon^T G_A(x) \varepsilon \quad (3.44)$$

D'après l'hypothèse 3.2, on peut réécrire (3.44) comme suit :

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{g_0 \|A\|}{4} \|e_u\|^2 + \psi \quad (3.45)$$

avec :

$$\psi = \sup_t \left(\frac{1}{8} \|c^*\|^4 \mathbf{v}^T G_A(x) \mathbf{v} + \varepsilon^T G_A(x) \varepsilon \right) \quad (3.46)$$

Puisque $V_1 \in L_\infty$ et $\|\varepsilon\| \leq \bar{\varepsilon}$, alors l'intégration de $t = 0$ à $t = t + T$ des deux membres de (3.45) et en réarrangement de ses terme donne:

$$\int_t^{t+T} \|e_u\|^2 dt \leq \frac{4}{g_0 \|A\|} \psi T + \frac{4}{g_0 \|A\|} (V_1(t) - V_1(t + T)) \quad (3.47)$$

qui peut être encore bornée comme suit :

$$\int_t^{t+T} \|e_u\|^2 dt \leq m_1 (\|\mathbf{v}\|^2 + \bar{\varepsilon}^2) T + m_2 \quad (3.48)$$

avec : $m_1 = \frac{4}{g_0 \|A\|} \max \left(\frac{g_1 \|A\|}{8} \|c^*\|^4, g_1 \|A\| \right)$ et $m_2 = \frac{4}{g_0 \|A\|} \sup_t (V_1(t) - V_1(t + T))$,

L'expression (3.47) implique $\|e_u\|^2 \in S(\|\mathbf{v}\|^2 + \bar{\varepsilon}^2)$.

Preuve du théorème 3.2:

Preuve (i):

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante:

$$V = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2\eta} \tilde{c}^T \tilde{c} = \frac{1}{2} s^T s + V_1 \quad (3.49)$$

Sa dérivée est donc :

$$\dot{V} = s^T \dot{s} + \dot{V}_1 \quad (3.50)$$

Par substitution de (3.25) dans (3.50), on obtient :

$$\dot{V} = -s^T k s - s^T k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) + s^T G_A(x) e_u + \dot{V}_1 \quad (3.51)$$

En utilisant l'inégalité évidente suivante :

$$s^T G_A(x) e_u \leq \frac{1}{4} e_u^T G_A(x) e_u + s^T G_A(x) s \quad (3.52)$$

L'équation (3.51) devient:

$$\dot{V} = -s^T k s - s^T k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) + \frac{1}{4} e_u^T G_A(x) e_u + s^T G_A(x) s + \dot{V}_1 \quad (3.53)$$

De l'inégalité (3.44), il vient:

$$\dot{V} \leq -s^T (k - G_A(x)) s - s^T k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) - \frac{1}{2} \|\tilde{c}\|^2 |v^T G_A(x) e_u| + \frac{1}{8} \|c^*\|^4 v^T G_A(x) v + \varepsilon^T G_A(x) \varepsilon \quad (3.54)$$

Si on choisit $k_i > g_1 \|A\|$, $i = 1, \dots, p$, et $\gamma = 2 \min_{1 \leq i \leq p} (k_i - g_1 \|A\|)$, \dot{V} peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} s^T \gamma s + \psi \quad (3.55)$$

A partir de cette dernière inégalité, si $\frac{1}{2} s^2 \geq \frac{1}{\gamma} \psi$, c'est-à-dire, $V \geq \frac{1}{\gamma} \psi + V_1$, et puisque V_1 est bornée, alors $\dot{V} \leq 0$ pour $V \geq V_{min} = \frac{1}{\gamma} \psi + V_1$, alors selon le théorème de Lyapunov [83] les signaux \tilde{c} et s sont bornés.

En intégrant maintenant (3.55) de t à $t + T$ et en réarrangeant ses termes, on obtient :

$$\int_t^{t+T} \|s\|^2 dt \leq \frac{2}{\gamma} \psi T + \frac{2}{\gamma} (V(t) - V(t + T)) \quad (3.56)$$

Puisque $V \in L_\infty$, il est évident que, à partir de (3.56) l'erreur de poursuite filtrée s converge exponentiellement à un ensemble Ω_s défini par $\Omega_s = \left\{s \mid \|s\| \leq \sqrt{\frac{2}{\gamma} \psi}\right\}$. En effet, il existe T tel que pour $t > T$: $\|s(t)\| \leq \sqrt{\frac{2}{\gamma} \psi}$, ce qui implique que $\|e_i^j(t)\| \leq 2^j \lambda_i^{j-r_i+1} \sqrt{\frac{2}{\gamma} \psi}$, $i = 1, \dots, p$, $j = 0, \dots, r_i - 1$, donc l'erreur de poursuite et toutes ses dérivées convergent vers une région ajustable.

Preuve (ii):

On considère le cas où l'erreur d'approximation est nulle, c'est-à-dire $\varepsilon = 0$.

Soit la fonction de Lyapunov candidate (3.49) et on suit la même démarche jusqu'à l'inégalité (5.54).

En prenant $\sigma = 0$, dans l'inégalité (5.54), on obtient :

$$\dot{V} = -s^T k s - s^T k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right) + s^T G_A(x) s \quad (3.57)$$

de l'expression de γ , il vient :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}s^T \gamma s \quad (3.58)$$

En intégrant maintenant (3.58) de t à $t + T$ et en réarrangeant ses termes, on obtient :

$$\int_t^{t+T} \|s\|^2 dt \leq \frac{2}{\gamma} (V(t) - V(t + T)) \quad (3.59)$$

D'après (3.59) et du fait que $V(t) \in L_\infty$, $s \in L_2$, et de plus on sait que $\dot{s} \in L_\infty$ (tous les termes de (3.25) sont bornés). Finalement, puisque $s \in L_2 \cap L_\infty$ et $\dot{s} \in L_\infty$, on peut utiliser le lemme de Barbalat [2], pour conclure que $\lim_{t \rightarrow \infty} \|s(t)\| = 0$, c'est-à-dire, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$.

Remarque 3.2: La loi de commande utilisée ici est uniquement de type PID, sans ajout de terme de robustesse. Cependant, le terme de la loi d'adaptation $k_0 \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon_0}\right)$ joue d'une certaine manière, le rôle du terme de robustesse. Par conséquent, l'augmentation de la valeur du gain k_0 peut améliorer la robustesse de cette commande.

3.5. Résultats de simulation

Pour valider la loi de commande PID floue adaptative proposée, on considère deux exemples de simulation; un robot manipulateur à deux bras et un quadrirotor. Dans les deux exemples, l'approche de commande est testée sans et avec la non-linéarité à l'entrée et la perturbation externe. De plus une étude comparative entre d'utilisation de e -modification et σ -modification dans notre approche de commande d'un côté, et entre notre approche de commande et l'approche de commande adaptative floue développée dans [45] d'un autre côté est présentée.

3.5.1. Exemple 1: robot manipulateur à deux bras

Le modèle dynamique du robot manipulateur à deux bras est donné par [44, 90] :

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

avec

$$P_{11} = a_1 + 2a_3 \cos(q_2) + 2a_4 \sin(q_2)$$

$$P_{12} = P_{21} = a_2 + a_3 \cos(q_2) + a_4 \sin(q_2)$$

$$P_{22} = a_2, h = a_3 \sin(q_2) - a_4 \cos(q_2)$$

et

$$a_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2$$

$$a_2 = I_e + m_e l_{ce}^2$$

$$a_3 = m_e I_1 l_{ce} \cos \delta_e$$

$$a_3 = m_e I_1 l_{ce} \sin \delta_e$$

Les paramètres du robot manipulateur sont: $m_1 = 1, m_e = 2, I_1 = 1, I_{c1} = 0.5, I_{ce} = 0.6, I_1 = 0.12, I_e = 0.25, \delta_e = 30^\circ$.

En posant $y = [q_1, q_3]^T, u = [u_1, u_2]^T$ et $x = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T$, on peut récrire le modèle dynamique du robot (3.60) en présence des non linéarité à l'entrée comme suit :

$$\dot{y} = f(x) + G(x)N(u) \quad (3.61)$$

avec :

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{bmatrix} = -P^{-1} \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = P^{-1} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

Notre objectif est de forcer les sorties du système y_1 et y_2 à suivre les trajectoires désirées $y_{d1}(t) = \sin(t)$ et $y_{d2}(t) = \cos(t)$.

Le système à deux entrées et deux sorties. Deux systèmes flous SF_i ($i = 1, 2$) sont utilisés pour recopier les vecteur des gains des deux lois commande PID. Pour chaque entrée j du système flou i , on utilise trois fonctions d'appartenances (Figure 3.2) définies par :

$$\mu_{F_{ij}^1} = \begin{cases} 1 & \text{if } E_{ij} > \epsilon_{ij} \\ \left| \cos \left(\frac{\pi}{2\epsilon_{ij}} E_{ij} + \frac{\pi}{2} \right) \right| & \text{if } 0 \leq E_{ij} \leq \epsilon_{ij} \\ 0 & \text{if } E_{ij} < 0 \end{cases}$$

$$\mu_{F_{ij}^2} = \begin{cases} 0 & \text{if } E_{ij} < -\epsilon_{ij} \\ \left| \cos \left(\frac{\pi}{2\epsilon_{ij}} E_{ij} \right) \right| & \text{if } -\epsilon_{ij} \leq E_{ij} \leq \epsilon_{ij} \\ 0 & \text{if } E_{ij} > \epsilon_{ij} \end{cases}$$

$$\mu_{F_{ij}^3} = \begin{cases} 1 & \text{if } E_{ij} < -\epsilon_{ij} \\ \left| \cos \left(\frac{\pi}{2\epsilon_{ij}} E_{ij} + \frac{\pi}{2} \right) \right| & \text{if } -\epsilon_{ij} \leq E_{ij} \leq 0 \\ 0 & \text{if } E_{ij} > 0 \end{cases}$$

où

$$i = 1, 2, j = 1, 2, 3, \epsilon_{11} = 1, \epsilon_{12} = 0.5, \epsilon_{13} = 1.5, \epsilon_{21} = 1, \epsilon_{22} = 0.5, \epsilon_{23} = 1.5.$$

Nous choisissons les paramètres de synthèse comme suit : $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 2, k = \text{diag}[7, 7], k_0 = \text{diag}[10, 10], \sigma = 0.01, \varepsilon_0 = 0.01, \eta = 8.$

Les conditions initiales du robot sont: $x(0) = [-0.25 \ 0 \ 0.25 \ 0]^T$ et $\dot{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T.$

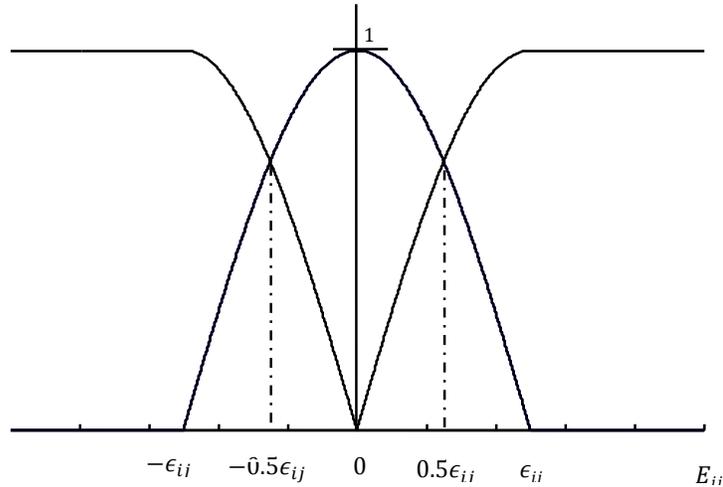


Figure 3.2. Fonctions d'appartenance des systèmes flous

La zone morte de chaque entrée est définie par [90] :

$$N(u_i) = \begin{cases} m_{ri}(u_i - b_{ri}) & \text{pour } u_i \geq b_{ri} \\ 0 & \text{pour } b_{li} < u_i < b_{ri} \\ m_{li}(u_i - b_{li}) & \text{pour } u_i \leq b_{li} \end{cases}$$

où

$$m_{ri} = m_{li} = 1, b_{li} = -3.5 \text{ et } b_{ri} = 3.5, \text{ avec } i = 1, 2.$$

Le premier cas: la simulation est effectuée sans non-linéarité à l'entrée et sans perturbation externe. Les résultats de simulation sont présentés par les Figures 3.3 à 3.8. .

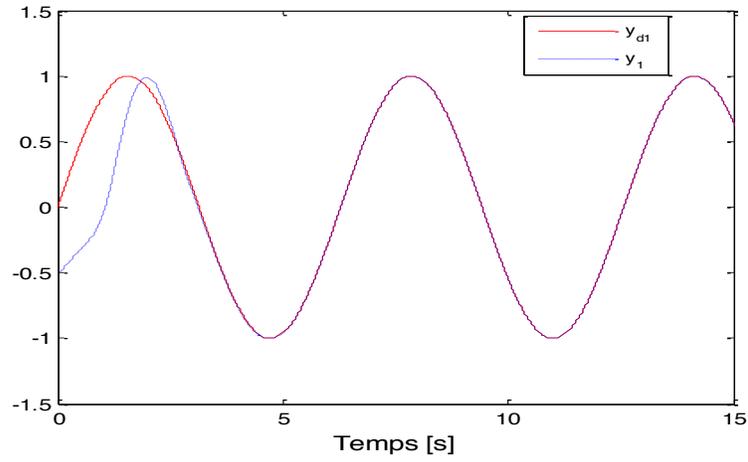


Figure 3.3. Position de la liaison 1.

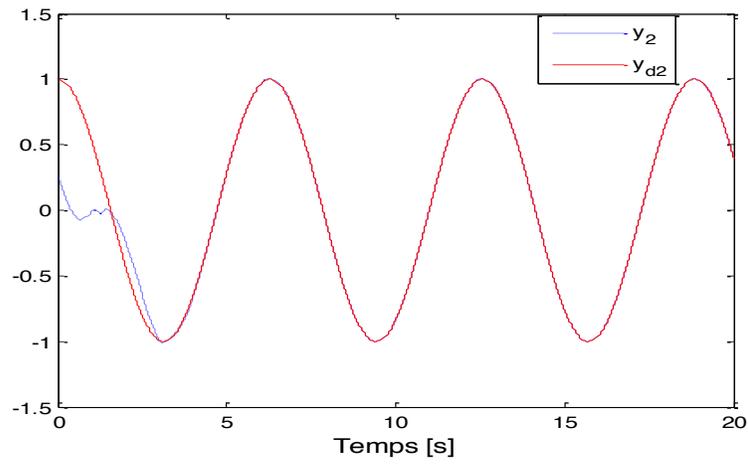


Figure 3.4. Position de la liaison 2.

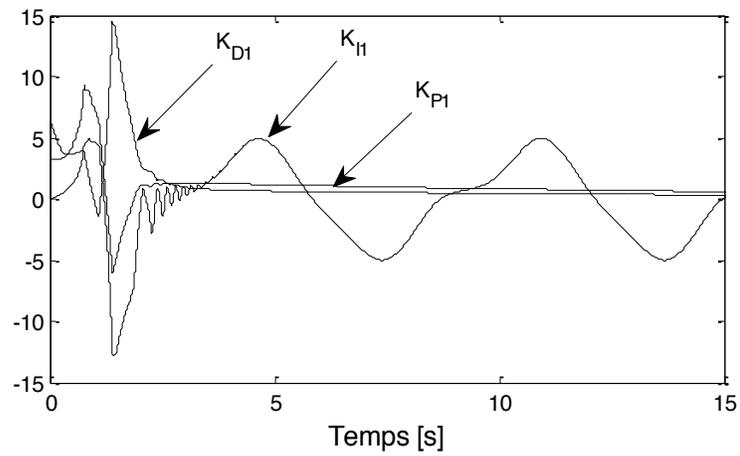


Figure 3.5. Evolution des paramètres de la commande u_1 (K_{P1} , K_{D1} , K_{I1}).

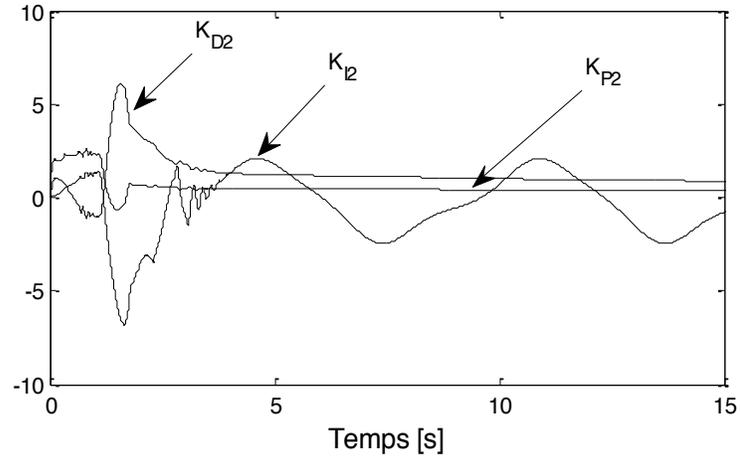


Figure 3.6. Evolution des paramètres de la commande u_2 (K_{P2} , K_{D2} , K_{I2}).

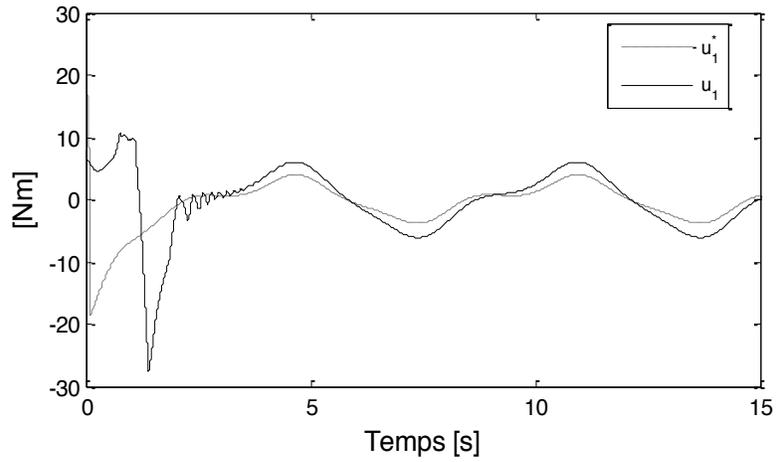


Figure 3.7. Signaux des commandes u_1 et u_1^* .

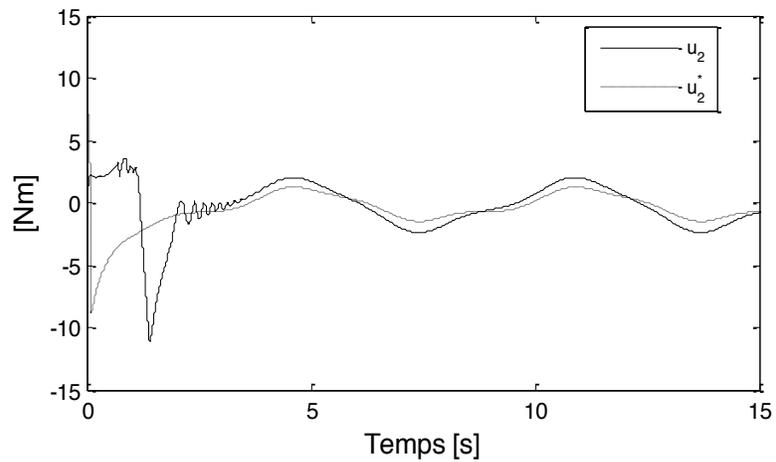


Figure 3.8. Signaux des commandes u_2 et u_2^* .

Ces résultats illustrent l'efficacité de la méthode proposée; les trajectoires réelles convergent rapidement vers les trajectoires désirées, et les gains de la commande PID sont bornés et atteignent très rapidement leurs valeurs idéales. Les erreurs entre les signaux de commande idéales et les signaux de commande PID sont très faible

Le deuxième cas: la simulation est effectuée avec la présence de la zone morte définies ci-dessus et une perturbation externe de type gaussien ayant une variance de 0.002 et une moyenne nulle.

Les résultats de simulation de la loi de commande avec le terme de σ -modification sont présentés par les Figure 3.9 à 3.14, et les résultats avec le terme de e -modification sont présentés par les Figure 3.9 à 3.14.

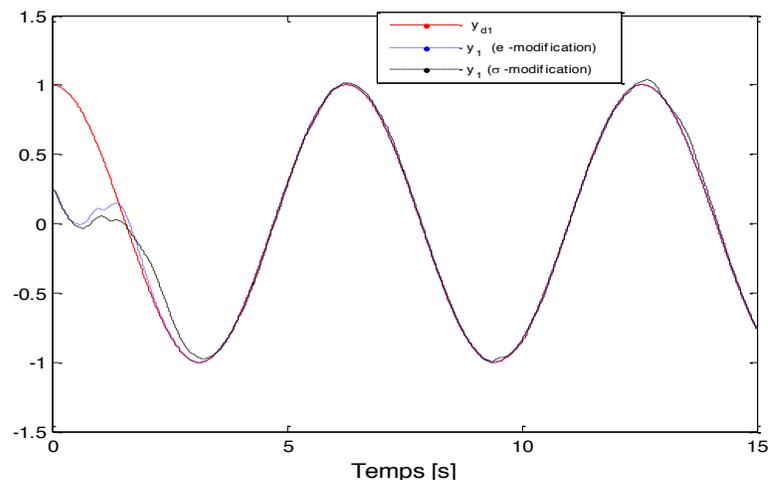


Figure 3.9. Position de la liaison 1 en présence de la zone morte et de la perturbation.

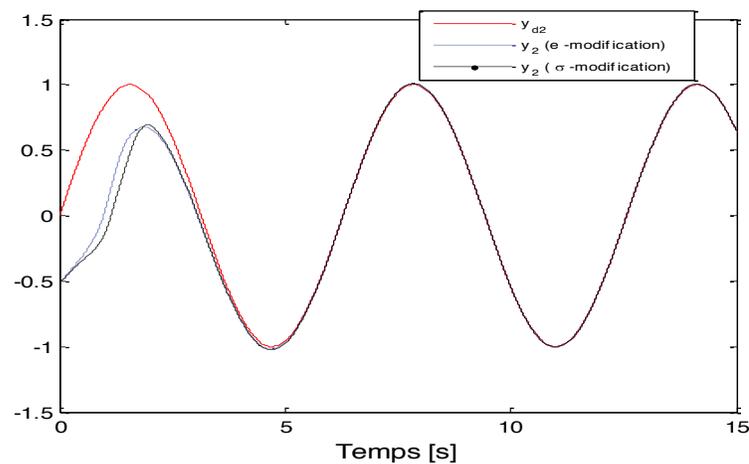


Figure 3.10. Position de la liaison 2 en présence de la zone morte et de la perturbation.

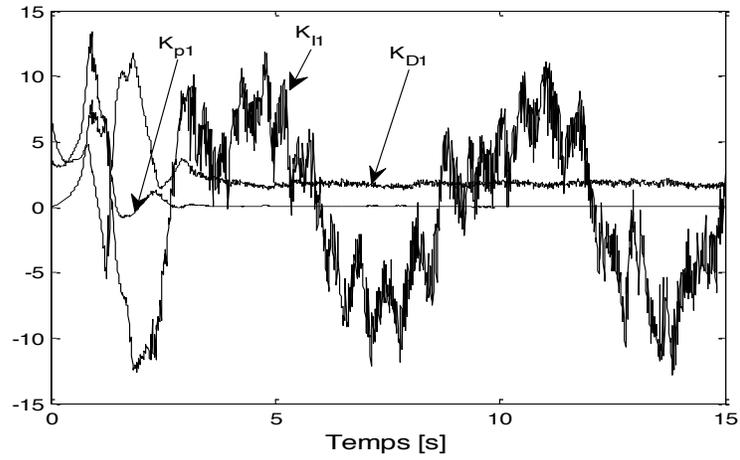


Figure 3.11. Evolution des paramètres de la commande u_1 avec e -modification.

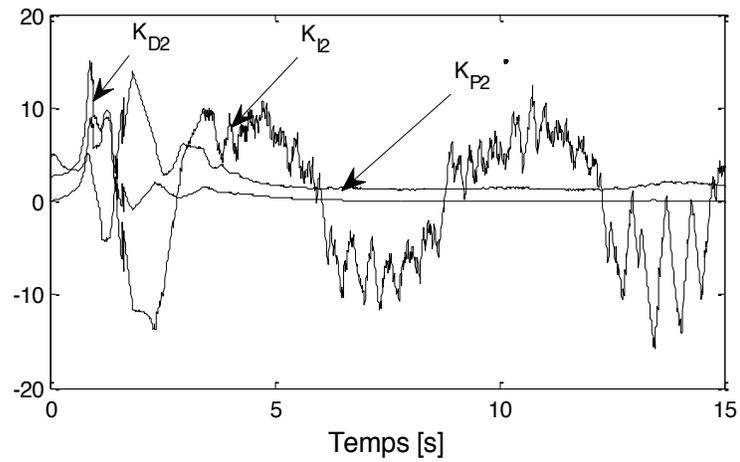


Figure 3.12. Evolution des paramètres de la commande u_2 avec e -modification.

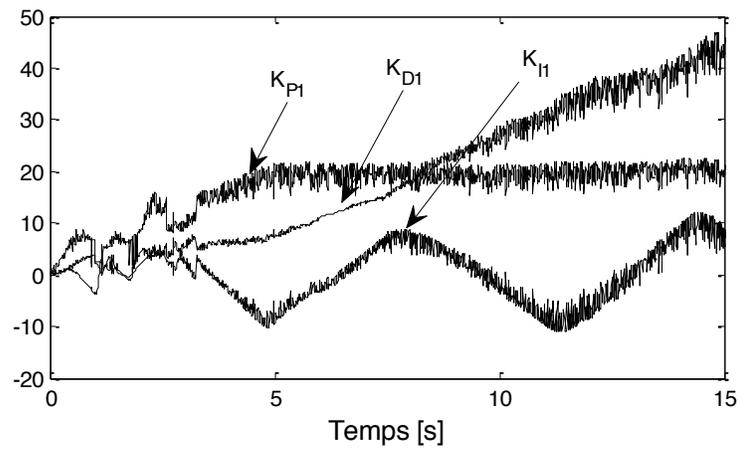


Figure 3.13. Evolution des paramètres de la commande u_1 avec σ -modification

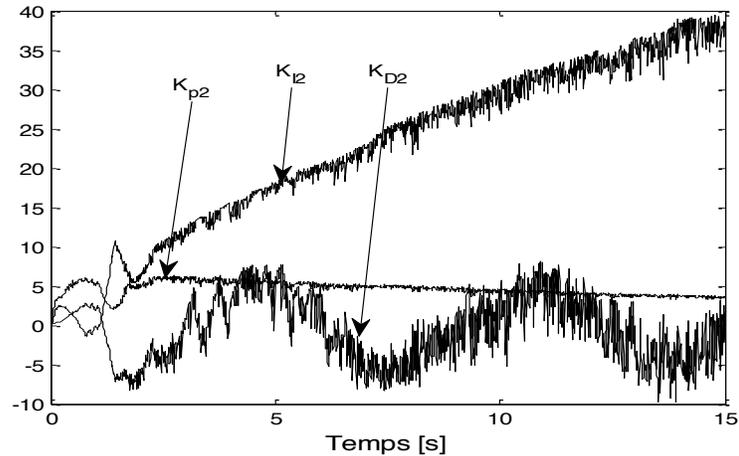


Figure 3.14. Evolution des paramètres de la commande u_2 avec σ -modification.

Les Figures 3.9 et 3.10 montrent clairement que l'utilisation des deux techniques de modification (σ -modification et e -modification) dans la loi d'adaptative donnée une poursuite adéquate même en présence de la zone morte et de la perturbation externe.

Cependant, des résultats obtenus dans les Figures 3.11 à 3.14, nous constatons que contrairement à la σ -modification, le e -modification maintient toujours les paramètres d'adaptation de la commande PID bornés et plus proches de leurs valeurs idéales. De plus, le terme de e -modification permet de réduire relativement l'effet des perturbations (les oscillations induites par les perturbations).

Les tableaux 3.1 et 3.2 présentent les performances de la loi de commande avec e -modification, la loi de commande avec σ -modification et la loi de commande de [45]. Les performances de chaque loi de commande sont évaluées à l'aide des critères suivants: IAE, ISE et IAU.

Table 3.1. IAE, ISE et IAU de la méthode proposée et de celle de [45] sans zone morte et perturbation.

Méthode de commande	IAE	ISE	IAU
la commande PID floue avec e -modification	0.5193	01501	78.79
la commande PID floue avec σ -modification	0.6558	0.1768	41.02
la commande adaptative floue de [45]	0.6361	0.1335	141.6

Table 3.1. IAE, ISE et IAU de la méthode proposée et de celle de [45] avec la présence de la zone morte et de la perturbation externe.

Méthode de commande	IAE	ISE	IAU
la commande PID floue avec <i>e-modification</i>	0.6231	0.1105	115.7
la commande PID floue avec <i>σ-modification</i>	1.454	0.377	240.2
la commande adaptative floue de [45]	0.6861	0.1325	148.5

Ces résultats, montrent clairement la supériorité de la commande PID floue avec *e-modification* par apport aux autres lois de commande (la commande PID floue avec *σ -modification* et la commande adaptative floue de [45]).

3.5.2. Exemple 2: Stabilisation d'un quadrirotor

Le quadrirotor est un petit véhicule aérien sans pilote (UAV) avec quatre hélices montées aux extrémités des deux bras perpendiculaires et entraînées par des moteurs à courant continu. Chaque pair d'hélices du même bras tourne dans le même sens ; l'un tourne au sens horaire et l'autre dans le sens anti horaire. Le quadrirotor se déplace par l'ajustement de la vitesse angulaire de chaque rotor [90, 91]. Un schéma de la configuration de base du quadrirotor est représenté sur la Figure 3.15.

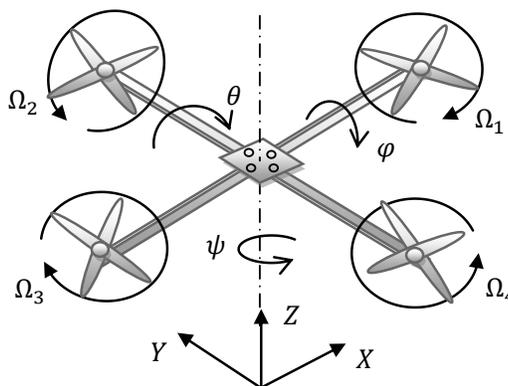


Figure 3.15. Configuration du quadrirotor

Le modèle dynamique du quadrirotor est donné par [90, 91] :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= x_4 x_6 a_1 - x_4 a_2 \Omega_r + b_1 u_1 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= x_2 x_6 a_3 + x_2 a_4 \Omega_r + b_2 u_2 \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= x_2 x_4 a_5 + b_3 u_3 \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= (\cos(x_1) \sin(x_3) \cos(x_5) + \sin(x_1) \sin(x_5)) b_4 u_4 \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= (\cos(x_1) \sin(x_3) \cos(x_5) - \sin(x_1) \cos(x_5)) b_4 u_4 \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= -g + \cos(x_3) \cos(x_1) b_4 u_4
\end{aligned} \tag{3.61}$$

où

$x_1 = \phi$ et $x_2 = \dot{\phi}$ sont respectivement l'angle de roulis et la vitesse angulaire correspondante. $x_3 = \theta$ et $x_4 = \dot{\theta}$ sont respectivement l'angle de tangage et la vitesse angulaire correspondante. $x_5 = \psi$ et $x_6 = \dot{\psi}$ sont respectivement l'angle de lacet et la vitesse angulaire correspondante. $x_7 = X$, $x_9 = Y$, et $x_{11} = Z$ sont les coordonnées cartésiennes de la position du quadrirotor, et $x_8 = \dot{X}$, $x_{10} = \dot{Y}$ et $x_{12} = \dot{Z}$ sont les vitesses correspondantes respectivement.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -b & 0 & b \\ b & 0 & -b & 0 \\ -d & d & -d & d \\ b & b & b & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix}$$

$\Omega_r = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4$ est la somme des vitesses angulaires des rotors.

$$a_1 = \frac{l_y - l_z}{I_x}; a_2 = \frac{J_r}{I_x}; a_3 = \frac{l_z - l_x}{I_y}; a_4 = \frac{J_r}{I_y}; a_5 = \frac{l_x - l_y}{I_z}; b_1 = \frac{l}{I_x}; b_2 = \frac{l}{I_y}; b_3 = \frac{1}{I_z}; b_4 = \frac{1}{m}.$$

Les paramètres du quadrirotor sont donnés dans le Tableau 3.3.

Table 3.3. Paramètres du quadrirotor.

Parameter	Value
l	0.232 m
d	$7.5 \times 10^{-7} \text{ N.m.s}^2$
b	$3.13 \times 10^{-5} \text{ N.s}^2$
m	0.52 Kg
g	9.806 m/s^2
I_x	$6.228 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$
I_y	$6.228 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$
I_z	$1.121 \times 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$
J_R	$6.01 \times 10^{-5} \text{ Kg.m}^2$

L'objectif est de stabiliser les angles et la hauteur du quadrirotor par la commande PID floue adaptative. Quatre commandes PID flous adaptatifs sont appliquées pour la commande de l'angle de roulis φ , l'angle de tangage θ , l'angle de lacet ψ et la hauteur Z .

Nous avons utilisé les paramètres de synthèse suivantes : $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 3, \lambda_4 = 2$, $k = \text{diag}[5, 7, 7, 7]$, $k_0 = \text{diag}[20, 10, 11, 10]$, $\sigma = 0.01, \varepsilon_0 = 0.01, \eta = 8$.

Les états initiaux du quadrirotor sont : $\varphi(0) = 0.5 \text{ rad}$, $\theta(0) = -0.5 \text{ rad}$, $\psi(0) = -0.5 \text{ rad}$, $Z(0) = 0 \text{ m}$.

Les valeur désirées des angles et de la hauteur sont : $\varphi_d = 0 \text{ rad}$, $\theta_d = 0 \text{ rad}$, $\psi_d = 0 \text{ rad}$ et $Z_d = 10 \text{ m}$.

Un bruit de type gaussien avec une variance de 0.002 et une moyenne nulle est considéré.

Les paramètres de la zone morte pour chaque entrée sont : $m_{ri} = m_{li} = 1$, $b_{li} = -2.5$ et $b_{ri} = 2.5$, avec $i = 1, 2, \dots, 4$.

Afin de tester à nouveau l'efficacité du terme *e-modification*, nous allons aussi simuler la loi de commande avec le terme de *σ -modification*.

Les résultats de la simulation sans et avec présence de la non-linéarité à l'entrée et de la perturbation externe sont illustrés par les Figures 3.16 à 3.20. On peut voir clairement que les trajectoires réelles convergent rapidement vers les valeurs désirées même en présence

de la non-linéarité à l'entrée de type zone morte et de la perturbation externe.

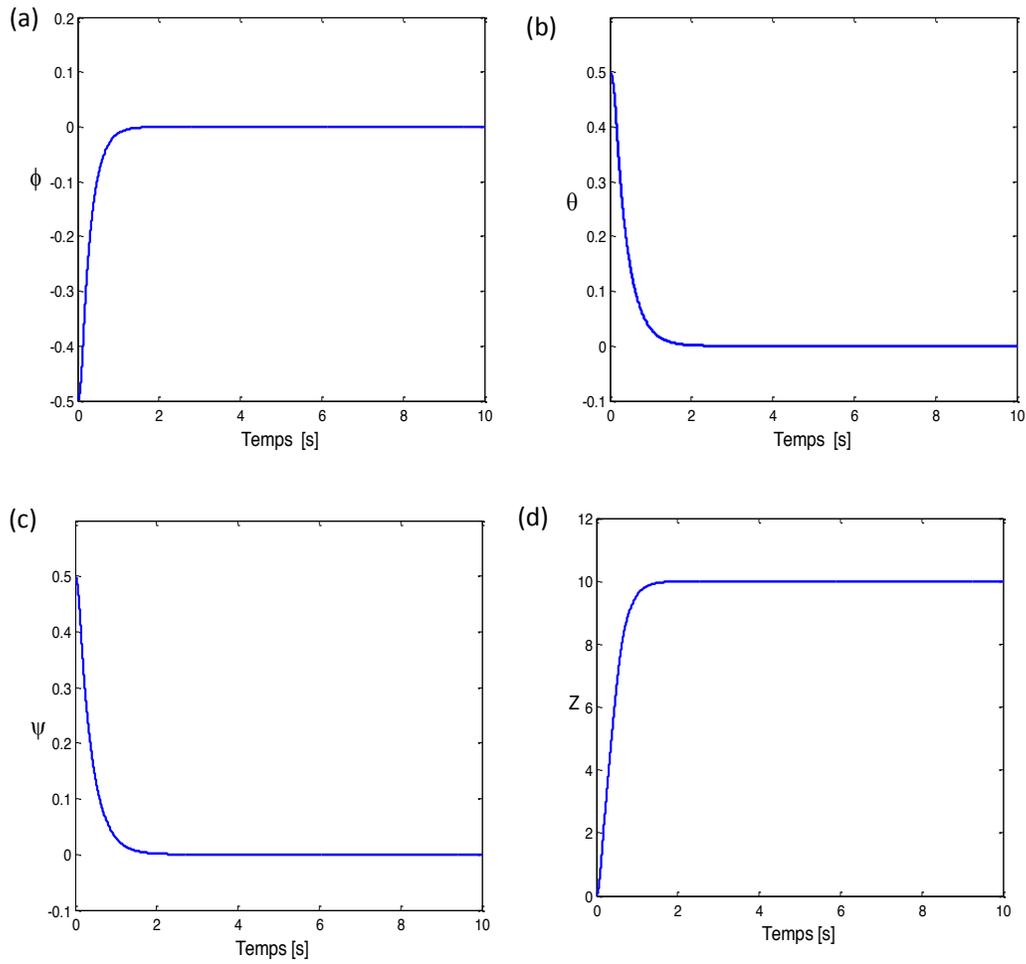
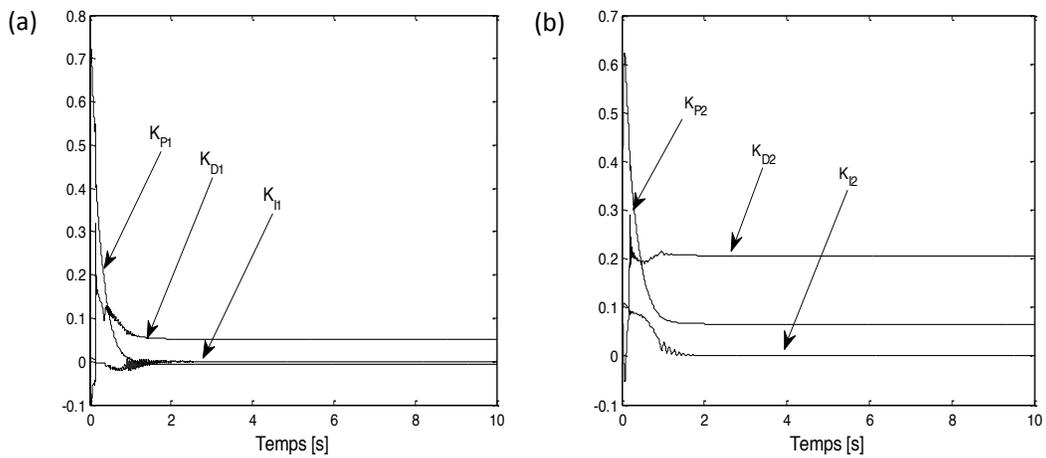


Figure 3.16. Résultats de simulation sans non-linéarité à l'entrée et perturbation (a) angle de roulis (b) angle de tangage (c) angle de lacet (d) hauteur.



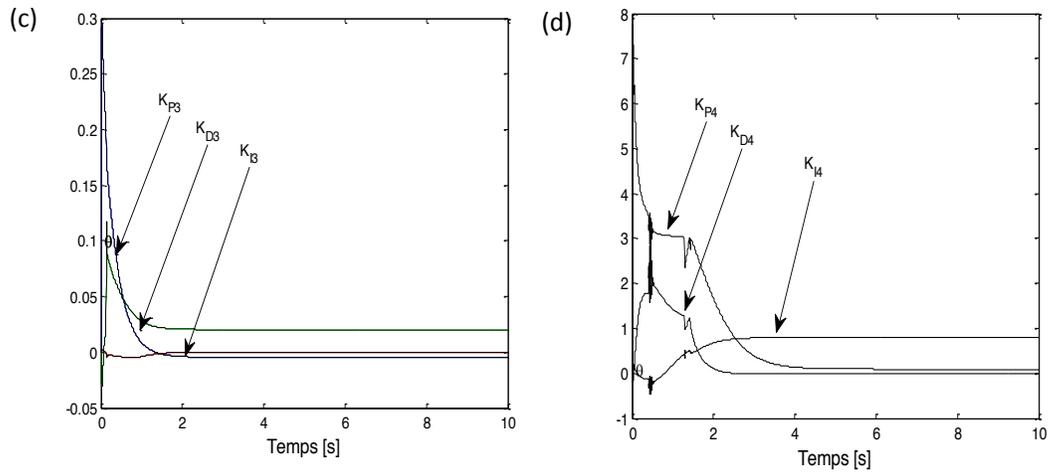


Figure 3.17. Evolution des paramètres de la commande PID. (a) commande u_1 : (b) commande u_2 : (c) commande u_3 : (d) commande u_4 .

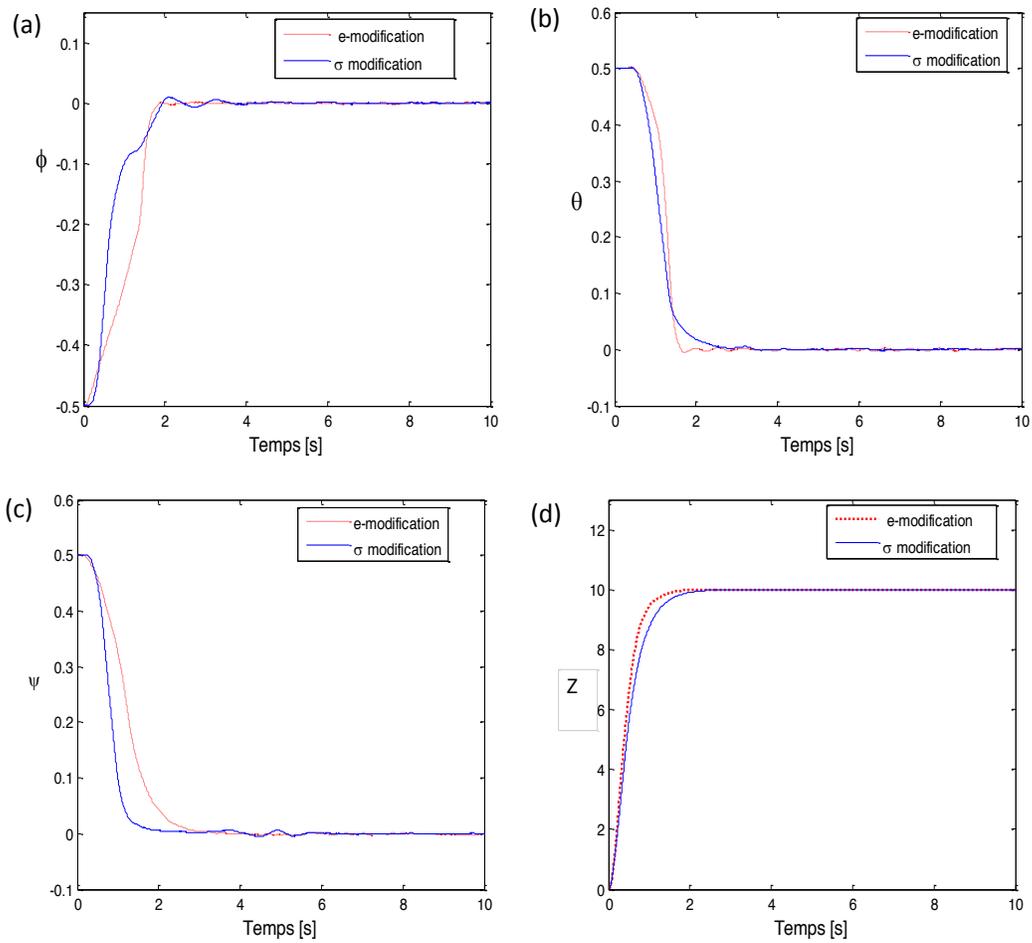


Figure 3.18. Résultats de simulation en présence de la zone morte et de la perturbation (a) angle de roulis (b) angle de tangage (c) angle de lacet (d) hauteur.

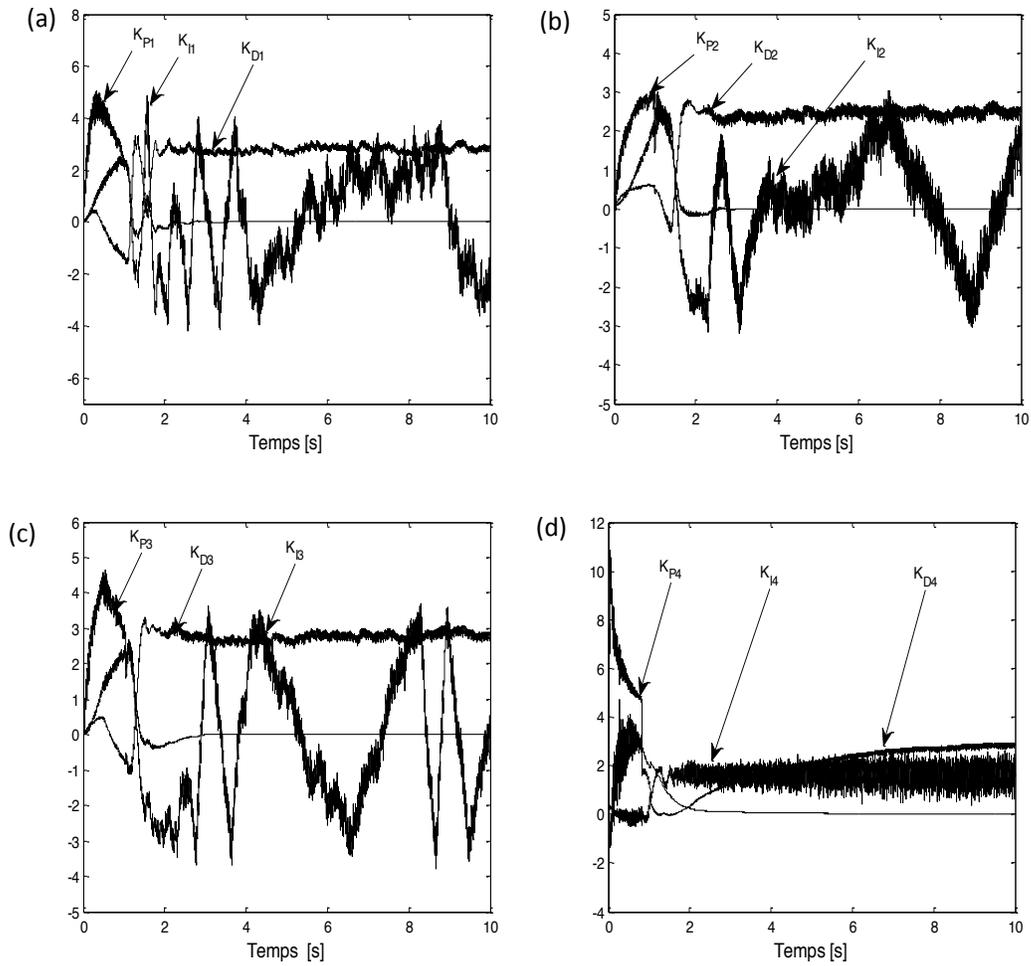
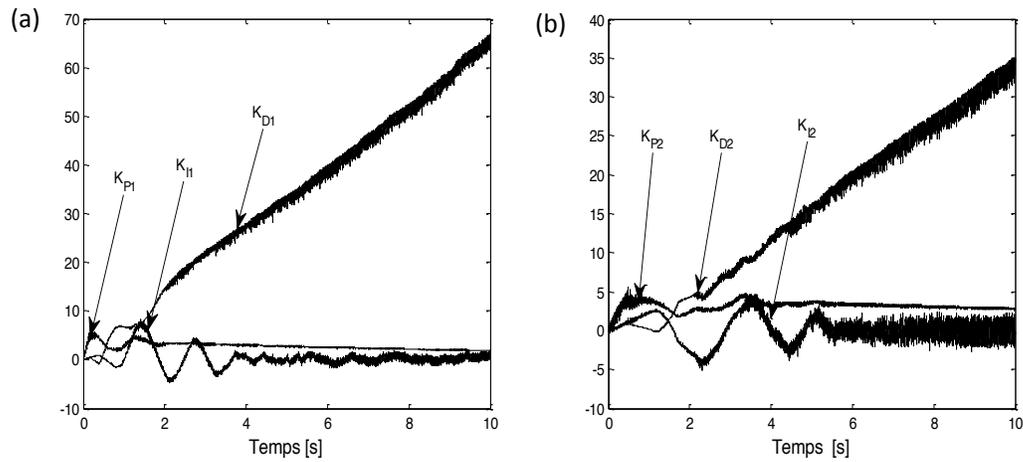


Figure 3.19. Evolution des paramètres de la commande PID avec *e-modification*. (a) Commande u_1 : (b) Commande u_2 : (c) Commande u_3 : (d) Commande u_4 .



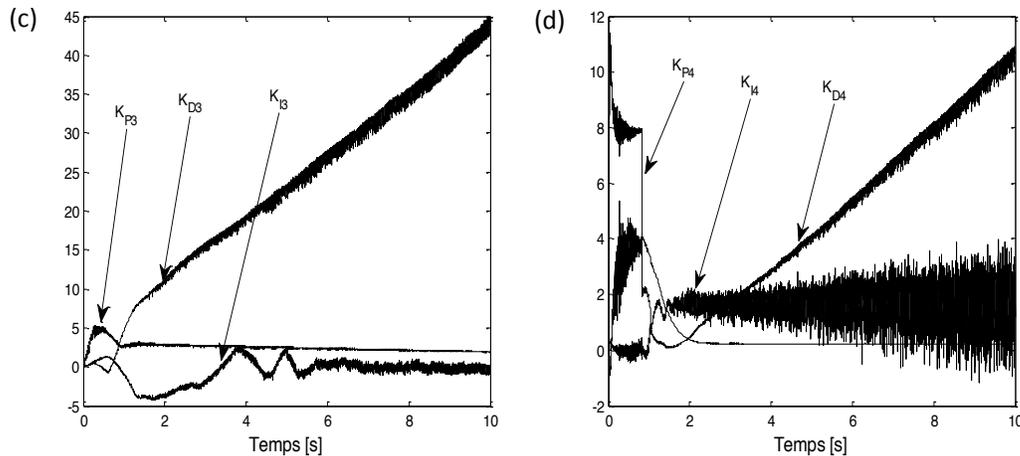


Figure 3.20. Evolution des paramètres de la commande PID avec σ -modification. (a)

Commande u_1 : (b) Commande u_2 : (c) Commande u_3 : (d) Commande u_4 .

Comme dans le premier exemple de simulation, les résultats illustrent que la loi de commande avec le terme de e -modification donne de meilleures performances comparée à la loi de commande avec le terme de σ -modification, à savoir les gains de la commande convergent vers leurs valeurs idéales, et les effets de perturbation sont réduits.

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, une approche commande PID floue adaptative est développée pour une classe de systèmes non linéaires MIMO carrés incertains et présentant des non-linéarités à l'entrée. Dans le schéma de commande proposé, des systèmes flous adaptatifs sont utilisés pour approcher les gains de commande assurant les performances désirées du système global en boucle fermée.

A cet effet, une loi d'adaptation pour la mise à jour des paramètres des systèmes flous est proposée afin de minimiser l'erreur entre la loi de la commande PID et une loi de commande idéale inconnue. Pour compenser les erreurs d'approximation floue et améliorer les performances de robustesse, la loi d'adaptation est augmentée par un terme de type e -modification. L'analyse de stabilité de Lyapunov prouve la convergence de l'erreur de poursuite vers une région acceptable et la bornitude de tous les signaux impliqués dans le système en boucle fermée. Les résultats de la simulation effectuée sur un robot manipulateur à deux bras et un quadrirotor ont permis de valider l'analyse théorique.

Chapitre 4
Commande PID floue adaptative des
systemes non linéaires
sous-actionnés

4.1. Introduction

Les systèmes sous-actionnés sont des systèmes caractérisés par un nombre d'entrées de commande inférieur au nombre de degrés de liberté. Cette caractéristique est soit imposée par la nature de la structure du système ou soit introduite volontairement par le concepteur pour minimiser le nombre d'actionneurs utilisés, et par conséquent réduire le poids, le volume et le coût [92, 93]. Plusieurs systèmes industriels font partie de cette classe de systèmes, tels que les hélicoptères, les avions, les satellites, les robots sous-marins, ...etc. [94].

Le problème de commande des systèmes MIMO sous-actionnés est plus complexe que celle des systèmes MIMO carrés. Cela est due au couplage qui existe entre les sorties et les entrées.

Différents schémas de commande ont été développés pour des systèmes sous-actionnés au cours des deux dernières décennies [92-105]. En effet, La commande par mode de glissement a été appliquée avec succès à des classes de systèmes sous-actionnés ayant des dynamiques connues [95-101]. La commande adaptative a été le sujet des travaux [93, 94, 102-105] où des classes de systèmes non linéaires sous-actionnés ayant des dynamiques inconnues ont été considérés. Dans [93], les auteurs proposent un schéma de commande adaptative directe où un système flou est utilisé pour estimer directement une loi de commande idéale de type mode de glissement. Dans [94, 102-105], les auteurs proposent une loi de commande adaptative indirecte ; un système flou est d'abord utilisé pour estimer la dynamique inconnue du système, puis, une loi de commande de type mode de glissement est développée sur la base de cette estimation.

Dans tous les schémas cités ci-dessus, la conception de la commande est faite sous l'hypothèse que les signes des gains de commande sont connus a priori. Malheureusement, cette hypothèse n'est pas toujours réaliste et limite la classe des systèmes [106]. Dans le cas des systèmes sous actionnés, ce problème a été résolu en particulier par l'utilisation des fonctions de type Nussbaum [13, 82, 107], cependant, dans le cas des systèmes sous-actionnés ce problème à notre connaissance n'est pas encore traité jusqu'à présent.

Dans ce chapitre nous proposons deux schémas de commande PID floue adaptative pour une classe de systèmes non linéaires incertains sous-actionnés de deuxième ordre et dont le signe des gains de commande est inconnu. Dans ces deux approches, une loi de commande PID floue adaptative est utilisée pour approximer une loi de commande idéale

de type mode de glissement qui satisfait les performances désirées. Dans la première approche, une fonction de type Nussbaum est utilisée pour estimer le signe des gains de commande, alors que dans la deuxième approche, le signe des gains de commande est estimé via une loi d'adaptation.

4.2. Position du problème

Considérons une classe des systèmes sous-actionnés non linéaires incertains à deux degrés de liberté donnée par son modèle d'état suivant [93, 108, 109]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + b_1(x)u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + b_2(x)u \end{cases} \quad (4.1)$$

où $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état du système supposé disponible pour la mesure, $y = [x_1, x_3]^T$ est la sortie du système, u est l'entrée de commande, $f_1(x), f_2(x), b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont des fonctions continues non linéaires inconnues.

Hypothèse 4.1: Les gains de commande $b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont bornés, non nuls et de signe commun inconnu, c'est-à-dire $0 < \underline{b}_i \leq |b_i(x)| < \bar{b}_i$, $i = 1, 2$, où \underline{b}_i et \bar{b}_i sont des constantes positives inconnues.

Objectif : Notre objectif est de développer une loi de commande u pour assure la convergence de x_1 et x_3 respectivement vers les valeurs désirées x_{d1} et x_{d3} , sous la contrainte que tous les signaux impliqués dans la boucle de commande doivent être bornés.

Définissons les erreurs suivantes

$$e_1(t) = x_1(t) - x_{d1} \quad (4.2)$$

$$e_2(t) = x_3(t) - x_{d3} \quad (4.3)$$

avec: x_{d1} et x_{d3} sont des valeurs constantes désirées.

Les surfaces de glissement correspondantes sont définies par :

$$S_1(t) = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1, \lambda_1 \geq 0 \quad (4.4)$$

$$S_2(t) = \dot{e}_2 + \lambda_2 e_2, \lambda_2 \geq 0 \quad (4.5)$$

Les équations dynamiques de S_1 et S_2 sont alors :

$$\dot{S}_1 = \lambda_1 x_2 + f_1(x) + b_1(x)u \quad (4.6)$$

$$\dot{S}_2 = \lambda_2 x_4 + f_2(x) + b_2(x)u \quad (4.7)$$

Si les fonctions $f_1(x)$, $f_2(x)$, $b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont connues exactement, on définit la commande équivalente pour chaque sous-système comme suit :

$$u_1 = -b_1^{-1}(x)(\lambda_1 x_2 + f_1(x)) \quad (4.8)$$

$$u_2 = -b_2^{-1}(x)(\lambda_2 x_4 + f_2(x)) \quad (4.9)$$

Puisque l'objectif est de concevoir une loi de commande unique u qui assure la convergence de $x_1(t)$ et $x_3(t)$ respectivement vers les valeurs désirées x_{d1} et x_{d3} , c'est-à-dire, les deux erreurs $e_1(t)$ et $e_2(t)$ convergent vers zéro quand $t \rightarrow \infty$, il est évident que les deux lois de commande équivalentes (4.8) et (4.9) ne peut pas assurer cet objectif, car chacune d'eux est conçue uniquement pour stabiliser le sous-système correspondant.

Afin de surmonter ce problème, on trouve dans la littérature deux solutions ; la première consiste à utiliser une seule surface de glissement par hybridation des deux surfaces (4.4) et (4.5) [95-100], la seconde solution, qui est adopté dans ce travail, consiste à utiliser une seule loi de commande u comme une combinaison des deux lois (4.8) et (4.9) [93, 109].

D'après (4.4) et (4.5), la solution de l'équation $S_i(t) = 0$, $i = 1, 2$, implique que l'erreur $e_i(t)$, $i = 1, 2$, et tous ses dérivés convergent vers zéro. Alors, l'objectif de la commande devient la conception d'une loi de commande u pour forcer $S_i(t)$, $i = 1, 2$ à converger vers zéro.

Pour atteindre cet objectif dans le cas où la dynamique du système est connue, nous considérons la loi de commande idéale par mode de glissement suivante :

$$u^* = u_1 - b_1^{-1}(K \operatorname{sgn}(S_1) + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \operatorname{sgn}(S_1) + Q_2 \operatorname{sign}(S_2) - \alpha(S_2 - S_1)) \quad (4.10)$$

où K , α , β , Q_1 et Q_2 sont des paramètres positifs.

En remplaçant cette loi de commande dans la dynamique de S_1 , on obtient :

$$\dot{S}_1 = -K \operatorname{sgn}(S_1) - Q_1 S_1 - \beta |S_2 - S_1| \operatorname{sgn}(S_1) - Q_2 \operatorname{sign}(S_2) + \sigma \quad (4.11)$$

où : $\sigma = -\alpha(S_2 - S_1)$.

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} S_1^2 \quad (4.12)$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{V} = -K|S_1| - Q_1 S_1^2 - \beta|S_2 - S_1||S_1| - Q_2 \text{sign}(S_2)S_1 - \alpha(S_2 - S_1)S_1 \quad (4.13)$$

qui peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -(K - Q_2)|S_1| - Q_1 S_1^2 - (\beta - \alpha)|S_2 - S_1||S_1| \quad (4.14)$$

Si on choisit $K > Q_2$ et $\beta > \alpha$, alors on peut conclure, d'après la lemme de Barbalat [2] que S_1 converge asymptotiquement vers zéro.

Maintenant nous allons étudier le comportement de S_2 quand S_1 converge vers zéro.

Puisque $S_1 = 0$ alors $\text{sign}(S_1) = 0$, l'équation (4.11) devient :

$$\dot{S}_1 = -\alpha S_2 - Q_2 \text{sign}(S_2) \quad (4.15)$$

Par ailleurs, à partir des équations (4.7) et (4.9), on trouve :

$$u = b_2^{-1} \dot{S}_2 + u_2 \quad (4.16)$$

On déduit la valeur du terme u de (4.6) puis on la remplace dans (4.16), il vient :

$$\dot{S}_1 = B_{21} \dot{S}_2 + \Delta_{21} \quad (4.17)$$

où $B_{21} = b_1/b_2$ et $\Delta_{21} = b_1(u_2 - u_1)$.

De l'équation (4.15) et (4.17), on obtient:

$$B_{21} \dot{S}_2 + \Delta_{21} = -\alpha S_2 - Q_2 \text{sign}(S_2) \quad (4.18)$$

Alors la dynamique de S_2 s'écrit comme suit :

$$\dot{S}_2 = B_{21}^{-1}(-\alpha S_2 - Q_2 \text{sign}(S_2) - \Delta_{21}) \quad (4.19)$$

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante:

$$V_2 = \frac{1}{2} S_2^2 \quad (4.20)$$

La dérivée de V_2 est donnée par :

$$\dot{V}_2 = -\alpha B_{21}^{-1} S_2^2 - Q_2 B_{21}^{-1} |S_2| - B_{21}^{-1} \Delta_{21} S_2 \quad (4.21)$$

qui peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -\alpha B_{21}^{-1} S_2^2 - Q_2 B_{21}^{-1} |S_2| \left(1 - \frac{|\Delta_{21}|}{Q_2}\right) \quad (4.22)$$

Il est clair que, si on choisit $Q_2 \geq |\Delta_{21}|$, alors $\dot{V}_2 \leq 0$, et par conséquent, la surface de glissement S_2 converge vers zéro.

Cependant, puisque les fonctions non linéaires $f_1(x)$, $f_2(x)$, $b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont supposées inconnues, la commande idéale (4.10) ne peut pas être implémentée. Comme solution à ce problème, on propose dans ce chapitre d'approximer la loi de commande mode de glissement idéale (4.10) par deux schémas de commande PID floue adaptative.

4.3. Première approche de commande PID floue adaptative

Dans cette première approche, nous proposons de l'extension de l'utilisation la fonction Nussbaum pour l'estimation du signe des gains de la commande [110] au cas des systèmes sous-actionnés.

4.3.1. Conception de la première approche de commande PID floue adaptative

La loi de commande idéale inconnue (4.10) est estimée ici par une loi de commande PID adaptative donnée par :

$$u = K_P e_1(t) + K_I \int_0^t e_1(t) d\tau + K_D \frac{de_1(t)}{dt} \quad (4.23)$$

où : K_P est le gain proportionnel, K_I est le gain d'intégration, K_D est le gain de dérivation.

La loi de commande PID (4.24) peut être réécrite sous la forme matricielle suivante :

$$u = \mathcal{E}^T K_{PID} \quad (4.24)$$

avec : $K_{PID} = [K_P, K_I, K_D]^T$ est le vecteur des gains de la commande et $\mathcal{E} = \left[e_1(t), \int_0^t e_1(t) d\tau, \frac{de_1(t)}{dt} \right]^T$.

Dans ce travail, un système flou de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro est utilisé pour recopier le vecteur de gains K_{PID} . Les entrées du système flou sont $E_1 = e_1(t)$, $E_2 = e_2(t)$, $E_3 = \frac{de_1(t)}{dt}$ et $E_4 = \frac{de_2(t)}{dt}$. Les sorties du système flou sont les gains de la commande K_{PID} . Pour chaque entrée E_i ($i = 1, 2, 3, 4$) nous définissons M_i ensembles flous $F_j^i, j = 1, \dots, M_i$. La base de règles floues est construite par la collection de N règles R_l ($l = 1, 2, \dots, N$) de la forme :

$$R_l: \text{SI } E_1 \text{ est } G_l^1, E_2 \text{ est } G_l^2 \text{ et } E_3 \text{ est } G_l^3 \text{ et } E_4 \text{ est } G_l^4 \text{ ALORS } K_P \text{ est } c_{Pl}, K_I \text{ est } c_{Il} \text{ et } K_D \text{ est } c_{Dl}$$

où $G_l^i \in \{F_1^i, \dots, F_{M_i}^i\}$, $l = 1, \dots, N$, et c_{Pl}, c_{Il} et c_{Dl} sont les sorties de la l^{ieme} règle.

En utilisant la méthode de produit algébrique pour l'implication et la méthode de la moyenne pondérée pour la défuzzification, les sorties du système flou, à savoir les gains de

la commande PID sont donnés par [81, 80, 109] :

$$K_P = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k c_{Pk}}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (4.25)$$

$$K_I = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k c_{Ik}}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (4.26)$$

$$K_D = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k c_{Dk}}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (4.27)$$

où

$$\mu_l = \prod_{i=1}^3 \mu_{G_i^i}(E_i), \mu_{G_i^i} \in \left\{ \mu_{F_1^i}, \dots, \mu_{F_{M_i}^i} \right\}$$

avec $\mu_{F_j^i}(\cdot)$ est la fonction d'appartenance de l'ensemble flou F_j^i .

Notons par $c_P = [c_{P1}, \dots, c_{PN}]^T$, $c_I = [c_{I1}, \dots, c_{IN}]^T$ et $c_D = [c_{D1}, \dots, c_{DN}]^T$ les vecteurs des paramètres ajustables (la partie conclusion du système flou), et $w = [w_1, \dots, w_N]^T$ le vecteur des fonctions de base radiales où chaque élément w_k est défini par :

$$w_l = \frac{\mu_l}{\sum_{k=1}^N \mu_k} \quad (4.28)$$

avec cette notation, les paramètres K_P , K_I et K_D peuvent être réécrits comme suit :

$$K_P = w^T c_P, \quad K_I = w^T c_I, \quad K_D = w^T c_D \quad (4.29)$$

où :

$$K_{PID} = \begin{bmatrix} K_P \\ K_I \\ K_D \end{bmatrix} = Wc \quad (4.30)$$

avec, $c = [c_P^T, c_I^T, c_D^T]^T$, $W = \text{diag}\{w^T, w^T, w^T\}$.

Par substitution de (4.30) dans (4.24), la loi de commande s'écrit sous la forme suivante:

$$u = \mathcal{E}^T Wc \quad (4.31)$$

La commande PID floue adaptative u peut approximer la commande idéale inconnue u^* avec une erreur d'approximation faible ε . Ainsi, la commande idéale inconnue u^* peut être écrite sous la forme suivante :

$$u^* = \mathcal{E}^T Wc^* + \varepsilon \quad (4.32)$$

où : c^* est le vecteur des valeurs optimaux inconnues des éléments de c et ε est l'erreur d'approximation qui considère nulle dans cette première approche.

Nous allons maintenant se focaliser sur le choix de la loi d'adaptation appropriée du vecteur des paramètres c qui tient en compte de la méconnaissance du signe des gains de la commande. A cet effet, nous proposons d'utiliser une fonction de type Nussbaum [85] dans la conception de la loi d'adaptation comme suit :

$$\dot{c} = -\eta N(\rho) W^T \mathcal{E}(S_1 + \pi) \quad (4.33)$$

$$\dot{\pi} = -Q_3 \pi + \dot{S}_1 + K \text{sign}(S_1) + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) + Q_2 \text{sign}(S_2) - \sigma \quad (4.34)$$

$$\dot{\rho} = \gamma (\dot{S}_1 + K \text{sign}(S_1) + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) + Q_2 \text{sign}(S_2) - \sigma) (S_1 + \pi) \quad (4.35)$$

$$N(\rho) = \rho^2 \cos(\rho) \quad (4.36)$$

où: η , α et γ sont des constantes strictement positives.

Notons que les détails concernant la fonction de type Nussbaum sont donnés dans la section 2.4.1.

4.3.2. Analyse de la stabilité

Théorème 4.1 : Considérons le système sous-actionné (4.1) et supposons que l'hypothèse 4.1 est satisfaite, alors la loi de commande PID floue définie par (4.31) avec sa loi d'adaptation donnée par (4.33)-(4.36) garantit que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 convergent asymptotiquement vers zéro, et tous les signaux impliqués dans le système en boucle fermée sont bornés.

Preuve du théorème 4.1

- **Analyse de stabilité de S_1 :**

En additionnant et soustrayant le terme $b_1 u^*$ au second terme de (4.6), on obtient :

$$\dot{S}_1 = \lambda_1 x_2 + f_1(x) + b_1(x)u + b_1(x)u^* - b_1(x)u^* \quad (4.37)$$

La substitution de (4.10), (4.31) et (4.32) dans (4.37) conduit à :

$$\dot{S}_1 = b_1 \mathcal{E}^T W \tilde{c} - K \text{sign}(S_1) - Q_1 S_1 - \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) - Q_2 \text{sign}(S_2) + \sigma \quad (4.38)$$

où $\tilde{c} = c - c^*$ est le vecteur des erreurs paramétriques.

Considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$\dot{V} = \frac{1}{2} S_1^2 + \frac{1}{\eta} \tilde{c}^T \tilde{c} + \frac{1}{2} \pi^2 \quad (4.39)$$

Sa dérivée est donc :

$$\dot{V} = S_1 \dot{S}_1 + \frac{1}{\eta} \tilde{c}^T \dot{c} + \pi \dot{\pi} - \frac{1}{\eta} \tilde{c}^T \dot{c}^* \quad (4.40)$$

Du fait que $\tilde{c}^T W^T \mathcal{E} = \mathcal{E}^T W \tilde{c}$ et des équations (4.33) et (4.38), (4.40) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = S_1 (b_1 \mathcal{E}^T W \tilde{c} - K \text{sign}(S_1) - Q_1 S_1 - \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) - Q_2 \text{sign}(S_2) + \sigma) - \\ (S_1 + \pi) N(\rho) \mathcal{E}^T W \tilde{c} + \pi \dot{\pi} - \frac{1}{\eta} \tilde{c}^T \dot{c}^* \end{aligned} \quad (4.41)$$

Par ailleurs, de (4.38) on a :

$$\dot{S}_1 + K \text{sign}(S_1) + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) + Q_2 \text{sign}(S_2) - \sigma = b_1 \mathcal{E}^T W \tilde{c} \quad (4.42)$$

En utilisant (4.42), \dot{V} devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = S_1 (\dot{S}_1 + K \text{sign}(S_1) + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) + Q_2 \text{sign}(S_2) - \sigma) - k |S_1| - \\ Q_1 S_1^2 - \beta |S_2 - S_1| |S_1| + \sigma S_1 - Q_2 \text{sign}(S_2) S_1 - \frac{N(\rho)}{b_1} (S_1 + \pi) (\dot{S}_1 + K \text{sign}(S_1) + Q_1 S_1 + \\ \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) + Q_2 \text{sign}(S_2) - \sigma) + \pi \dot{\pi} - \frac{1}{\eta} \tilde{c}^T \dot{c}^* \end{aligned} \quad (4.43)$$

Du fait que $-\tilde{c}^T \dot{c}^* \leq \|c^T \dot{c}^*\|$ et des équations (4.34) et (4.35), (4.43) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq -K |S_1| - Q_1 S_1^2 - \beta |S_2 - S_1| |S_1| - \sigma S_1 - Q_2 \text{sign}(S_2) S_1 + \left(h(x) N(\rho) + \frac{1}{\gamma} \right) \dot{\rho} - \\ Q_3 \pi^2 + \frac{1}{\eta} \| \tilde{c}^T \dot{c}^* \| \end{aligned} \quad (4.44)$$

avec $h(x) = -1/\gamma b_1$.

En utilisant maintenant l'hypothèse suivante :

$$\|c^T \dot{c}^*\| \leq \ell_1 S_1^2 + \ell_2 \pi^2 + P^2 \quad (4.45)$$

où ℓ_1 et ℓ_2 sont des constantes positives, et P est un signal carré intégrable et borné.

L'inégalité (4.44) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq - \left(Q_1 - \frac{\ell_1}{\eta} \right) S_1^2 - (\beta - \alpha) |S_2 - S_1| |S_1| - (K - Q_2) |S_1| + \left(h(x) N(\rho) + \frac{1}{\gamma} \right) \dot{\rho} - \\ \left(Q_3 - \frac{\ell_2}{\eta} \right) \pi^2 + \frac{P^2}{\eta} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Si on choisit $Q_1 > \ell_1/\eta$, $\beta > \alpha$, $K > Q_2$, et $Q_3 > \ell_2/\eta$, alors \dot{V} peut être bornée encore comme suit :

$$\dot{V} \leq \left(h(x) N(\rho) + \frac{1}{\gamma} \right) \dot{\rho} + \frac{P^2}{\eta} \quad (4.47)$$

En intégrant maintenant (4.47) de 0 à t , on obtient :

$$V(t) \leq \psi_0 + \int_0^t (h(\zeta)N(\rho(\zeta)) + \psi_1) \rho(\zeta) d\zeta \quad (4.48)$$

où $\psi_0 = V(0) + \frac{1}{\eta} \int_0^t P^2 dt$ et $\psi_1 = \frac{1}{\alpha}$.

Selon l'hypothèse 4.1, les éléments de $h(\cdot)$ appartiennent à l'intervalle $I_h = \left[-\frac{1}{\gamma b_1}, -\frac{1}{\gamma \bar{b}_1} \right]$ avec $0 \notin I_h$. En utilisant le lemme 2.1 et l'équation (4.48), on peut conclure que les signaux $V(t)$, $N(t)$ et $\int_0^t \left(h(\zeta)N(\rho(\zeta)) + \frac{1}{\gamma} \right) dt$ sont bornés sur $t \in [0, t_f]$. Cette bornitude reste valable pour $t_f \rightarrow \infty$ (voire [87, 88]), ce qui signifie que $s, \tilde{c}, \pi, x, u \in L_\infty$. De (4.48) et du fait que $\int_0^t \left(h(\zeta)N(\rho(\zeta)) + \frac{1}{\gamma} \right) dt$ et V sont bornés, on peut facilement montrer que $S_1 \in L_2$ (carrées intégrables), de plus nous savons que $\dot{S}_1 \in L_\infty$. Par l'utilisation du lemme de Barbalat [2], on peut conclure la convergence asymptotique de S_1 vers zéro.

▪ **Analyse de stabilité de S_2 :**

Maintenant nous allons étudier le comportement de S_2 quand S_1 converge vers zéros.

Puisque $S_1 = 0$ alors $sign(S_1) = 0$, et donc (4.39) devient:

$$\dot{S}_1 = -\alpha S_2 - Q_2 sign(S_2) + b_1 \mathcal{E}^T W \tilde{c} \quad (4.49)$$

Des équations (4.18) et (4.50), on peut réécrire la dynamique de S_2 comme suit :

$$\dot{S}_2 = B_{21}^{-1} (-\alpha S_2 - Q_2 sign(S_2) + b_1 \mathcal{E}^T W \tilde{c} - \Delta_{21}) \quad (4.50)$$

Maintenant, nous définissons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} S_2^2 \quad (4.51)$$

Par dérivation, on obtient :

$$\dot{V} = S_2 \dot{S}_2 \quad (4.52)$$

En remplaçant (4.50) dans (4.52), on trouve :

$$\dot{V} = -\alpha B_{21}^{-1} S_2^2 - B_{21}^{-1} Q_2 |S_2| + b_2 S_2 \mathcal{E}^T W \tilde{c} - B_{21}^{-1} S_2 \Delta_{21} \quad (4.53)$$

Alors \dot{V} peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\alpha B_{21}^{-1} S_2^2 - B_{21}^{-1} Q_2 |S_2| \left(1 - \frac{|\Delta_{21}| + |b_2 \mathcal{E}^T W \tilde{c}|}{Q_2} \right) \quad (4.54)$$

il est claire que, sous la condition $Q_2 \geq |\Delta_{21}| + |b_2 \mathcal{E}^T W \tilde{c}|$, on peut conclure, par l'utilisation du lemme de Barbalat [2], que S_2 converge vers zéro quand S_1 converge vers

zéro.

4.3.3. Résultats de simulation

Afin de tester l'efficacité de la loi de commande PID floue adaptative proposée, on considère le problème de stabilisation du système de pont roulant présenté par la Figure 4.1. Ce système a deux degrés de liberté, à savoir, la position horizontale du chariot x et sa position angulaire θ de la charge. Ce système est commandé par la force motrice du chariot F . Le principal défi dans la commande de ce système consiste au couplage entre le mouvement de déplacement du chariot et le mouvement de rotation du balancier.

La dynamique du pont roulant est donnée par [95, 109] :

$$(M + m)\ddot{x} + lm(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta) = F \quad (4.55)$$

$$\ddot{x}\cos\theta + l\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0 \quad (4.56)$$

où m et M sont les masses de la charge et du chariot respectivement, l est la longueur de la corde et g est l'accélération de la gravité. Dans la simulation, les valeurs suivantes sont utilisées: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $m = 0.8 \text{ kg}$, $M = 1 \text{ kg}$, $l = 0.305 \text{ m}$.

On peut écrire cette dynamique (3.43) dans l'espace d'état comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(x) + b_1(x)u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(x) + b_2(x)u \end{aligned} \quad (4.57)$$

où :

$$\begin{aligned} x_1 &= x, x_2 = \theta \\ f_1(x) &= \frac{lm\dot{x}_2^2\sin(x_2) + mg\sin(x_2)\cos(x_2)}{M + m\sin(x_2^2)} \\ b_1(x) &= \frac{1}{M + mL\sin(x_2^2)} \\ f_2(x) &= -\frac{(M+m)g\sin(x_2) + lm(\dot{x}_2^2\sin(x_2)\cos(x_2))}{M + mLmL\sin(x_2^2)} \\ b_2(x) &= -\frac{\cos(x_2)}{M + mL\sin(x_2^2)} \end{aligned}$$

L'objectif de commande ici est de forcer les sorties du système $x_1 = x$ et $x_2 = \theta$ à converger respectivement vers des valeurs désirées x_d et θ_d . Dans les simulations on

prend : $x_d = 5$ et $\theta_d = 0$, et les états initiales suivantes : $x(0) = 0.2, \dot{x}(0) = 0, \theta(0) = -\frac{\pi}{3}$ et $\dot{\theta}(0) = 0$.

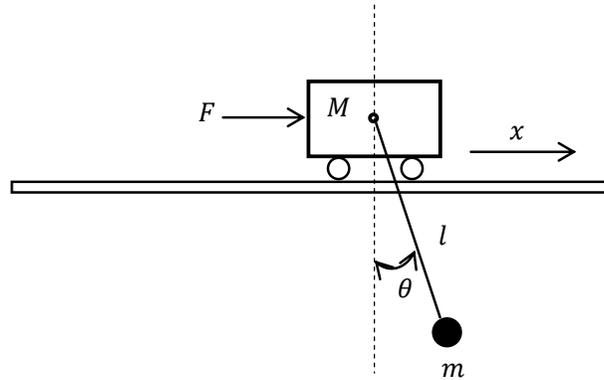


Figure 4.1. Système de ponts roulant

Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $Q = 4, K = 2, \eta = 0.5, \beta = 0,13, \alpha = 4.2, \gamma = 0.01, \lambda_1 = 0.65,$ et $\lambda_2 = 40$.

Les gain de la commande K_P, K_I et K_D sont estimés par un système flou à quatre entrées ; $E_1 = e_1(t), E_2 = e_2(t), E_3 = \frac{de_1(t)}{dt}$ et $E_4 = \frac{de_2(t)}{dt}$. Pour chaque entrée, on définit trois fonctions d'appartenance de type gaussiennes définies comme suit :

$$\mu_{F_1^i}(\cdot) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{E_i+4.2}{2.9}\right)^2\right), \quad \mu_{F_2^i}(\cdot) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{E_i}{2.9}\right)^2\right), \quad \mu_{F_3^i}(\cdot) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{E_i-4.2}{2.9}\right)^2\right),$$

$i = 1, 2, 3, 4$.

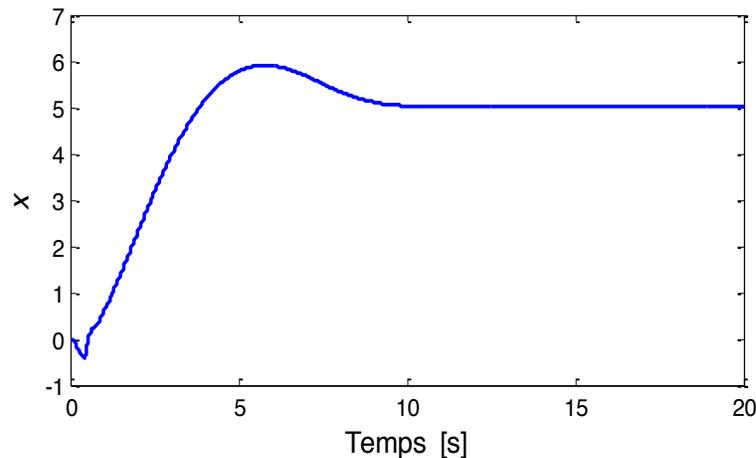


Figure 4.2. Position x ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

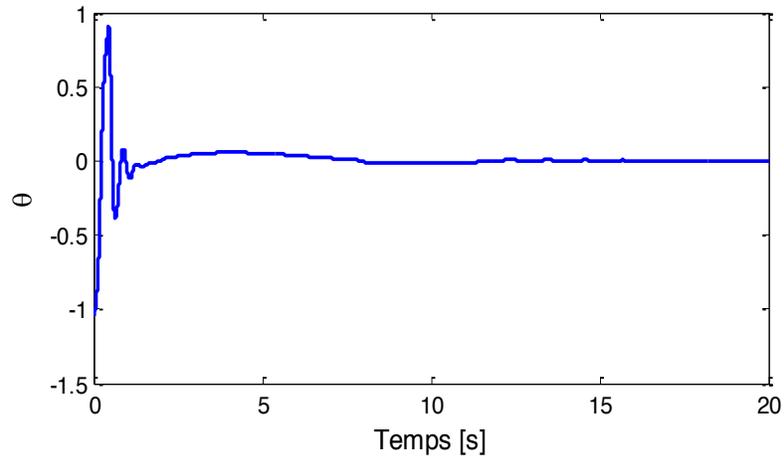


Figure 4.3. Angle θ ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

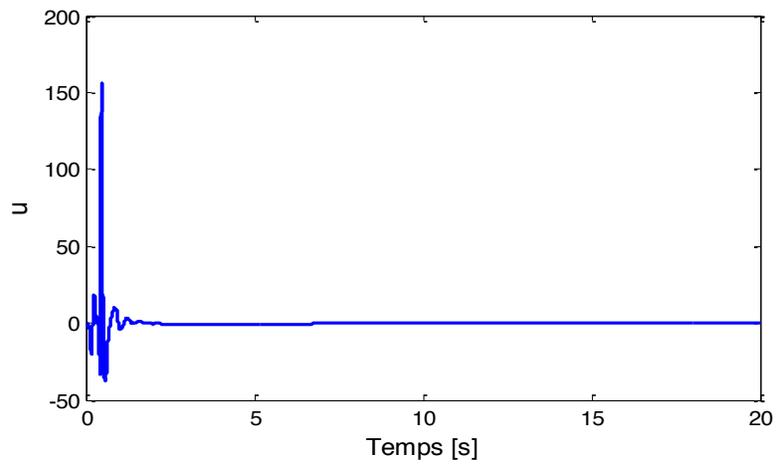


Figure 4.4. Commande u ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

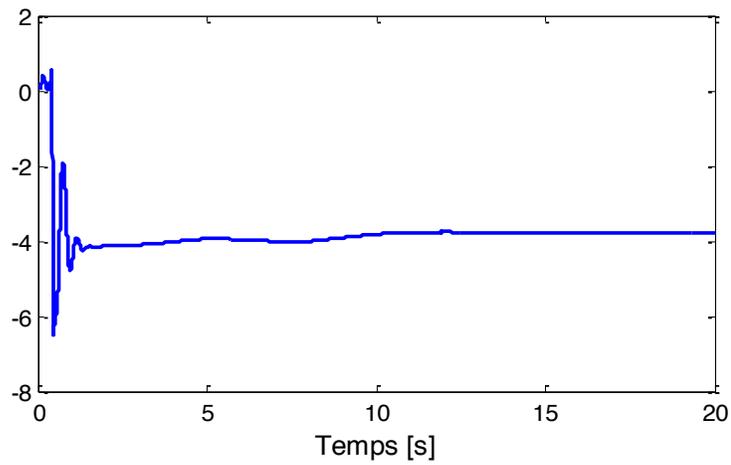


Figure 4.5. Fonction Nussbaum ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

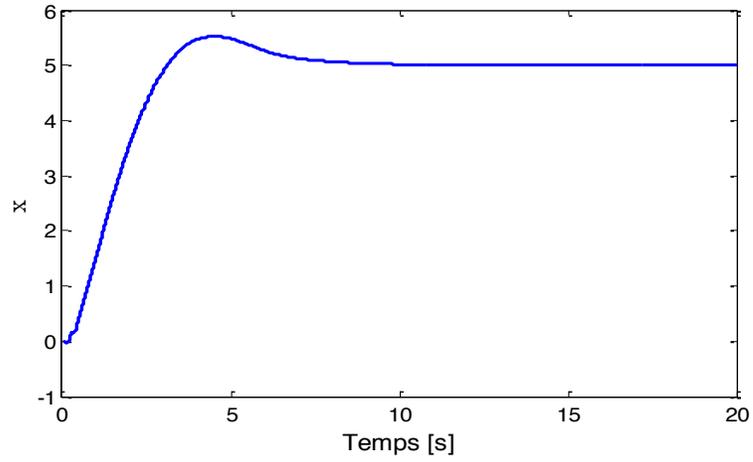


Figure 4.6. Position x ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

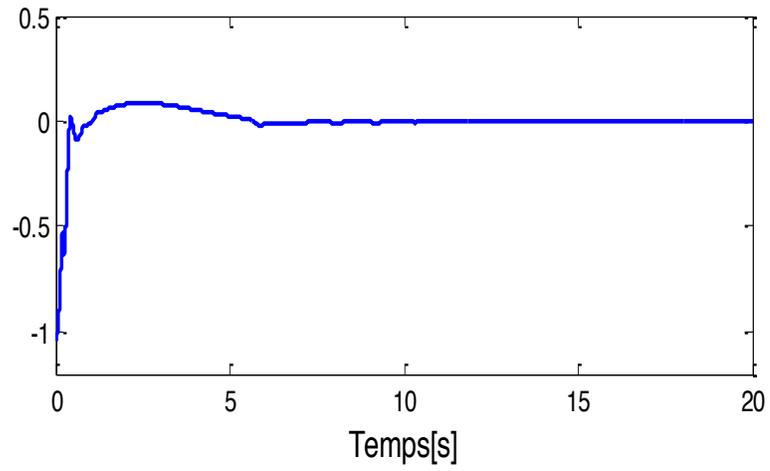


Figure 4.7. Angle θ ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

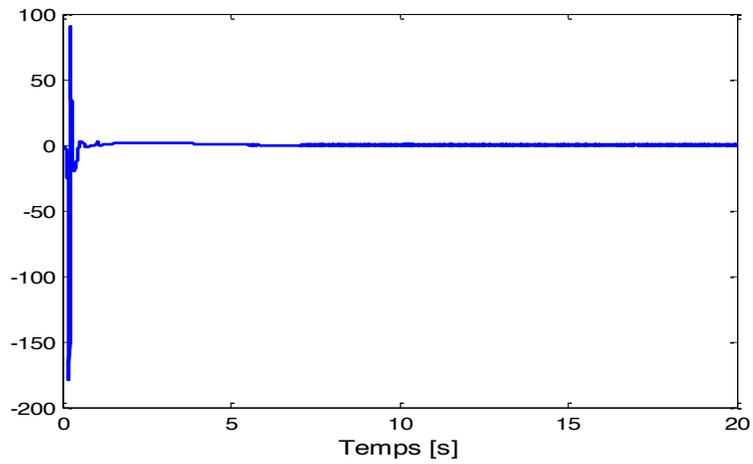


Figure 4.8. Commande u ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

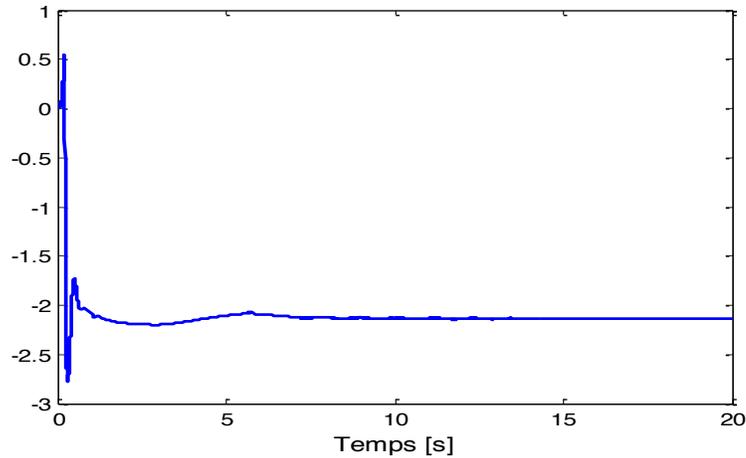


Figure 4.9. Fonction Nussbaum ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

Les résultats de la simulation dans le cas où la direction de commande inconnue est positive ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$), sont illustrés par les Figures 4.2 à 4.5.

Les résultats de la simulation dans le cas où la direction de commande inconnue est négative ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$), sont illustrés par les Figures 4.6 à 4.9. On remarque que les trajectoires de sorties convergent avec précision aux valeurs désirées et que les lois de commande et les fonctions de type Nussbaum sont bornées.

4.4. Deuxième approche de commande PID floue adaptative

Malgré que l'utilisation de la fonction Nussbaum permet de résoudre le problème de la méconnaissance du signe des gains de la commande, cette technique a certaines limitations à cause elle basée sur l'augmentation du signal de commande, comme elle peut rendre le système très sensible au bruit et instable dans certaines situations particulières. Dans cette deuxième approche, en se basant sur le travail de [111], la fonction de type-Nussbaum n'est pas utilisée pour résoudre problème de la méconnaissance du signe des gains de la commande, en revanche, ce dernier est estimé de la même manière que les gains de la commande.

4.4.1. Conception de la deuxième approche de commande PID floue adaptative

On considère la même loi de commande PID floue adaptative (4.31), avec une loi d'adaptation modifiée qui prend en compte le problème de la méconnaissance du signe des gains de la commande.

En additionnant et soustrayant le terme $b_1 u^*$ au second terme de (4.6), on obtient :

$$\dot{S}_1 = \lambda_1 x_2 + f_1(x) + b_1(x)u^* + b_1(x)(u - u^*) \quad (4.58)$$

En utilisant (4.10), (4.59) devient :

$$\dot{S}_1 = b_1 e_u - K \text{sign}(S_1) - Q_1 S_1 - \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) - Q_2 \text{sign}(S_2) + \sigma \quad (4.59)$$

où $e_u = u - u^*$ est l'erreur d'approximation entre la loi de commande idéale et la loi de commande PID floue adaptative.

En insérant le paramètre inconnu $\rho^* = \text{sign}(b_1)$ dans (4.59), on obtient :

$$\dot{S}_1 = |b_1| \rho^* e_u - K \text{sign}(S_1) - Q_1 S_1 - \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) - Q_2 \text{sign}(S_2) + \sigma \quad (4.60)$$

Des équations (4.32) et (4.33), on peut déduire le terme $\rho^* e$:

$$\rho^* e_u = \rho^* (u - u^*) = \rho^* (\mathcal{E}^T W \tilde{c} + \varepsilon) \quad (4.61)$$

où $\tilde{c} = c - c^*$ est le vecteur des erreurs paramétriques.

En utilisant l'égalité suivante : $\rho^* = \rho^* - \rho + \rho = \tilde{\rho} + \rho$ où $\tilde{\rho} = \rho^* - \rho$ et ρ est la valeur estimée du signe des gains de la commande ρ^* , (4.61) devient :

$$\rho^* e_u = -\tilde{\rho} u + \rho \mathcal{E}^T W \tilde{c} + \tilde{\rho} \mathcal{E}^T W c^* + \rho^* \varepsilon \quad (4.62)$$

Ce qui donne :

$$\rho \mathcal{E}^T W \tilde{c} - \tilde{\rho} u = \rho^* e_u - \tilde{\rho} \mathcal{E}^T W c^* - \rho^* \varepsilon \quad (4.63)$$

Afin d'estimer le vecteur des paramètres c et le signe du gain de commande ρ , nous proposons la loi d'adaptation donnée par les équations suivantes :

$$\dot{c} = -\eta_1 \left(\rho W^T \mathcal{E} \left((\dot{S}_1 + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) + Q_2 \text{sign}(S_2) - \sigma) \right) - \gamma_1 c \right) \quad (4.64)$$

$$\dot{\rho} = -\eta_2 \left(u (\dot{S}_1 + Q_1 S_1 + \beta |S_2 - S_1| \text{sgn}(S_1) + Q_2 \text{sign}(S_2) - \sigma) - \gamma_2 \rho \right) \quad (4.65)$$

où η_1, η_2, γ_1 et γ_2 sont des constantes strictement positives.

4.4.2. Analyse de la stabilité

Théorème 4.2 : Considérons le système sous-actionné (4.1) et supposons que l'hypothèse 4.1 est satisfaite, alors la loi de commande PID floue définie par (4.31) avec sa loi d'adaptation donnée par (4.64) et (4.65) garantit que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 convergent asymptotiquement vers zéro, et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés.

Preuve du théorème 4.2

▪ Analyse de stabilité de S_1 :

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2}S_1^2 + \frac{1}{\eta_1}\tilde{c}^T\tilde{c} + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\rho}^2 \quad (4.66)$$

Sa dérivée est donc :

$$\dot{V} = S_1\dot{S}_1 + \frac{1}{\eta_1}\tilde{c}^T\dot{\tilde{c}} + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\rho}\dot{\tilde{\rho}} \quad (4.67)$$

En remplaçant (4.59), (4.64) et (4.65) dans (4.67), et en utilisant l'égalité $\dot{S}_1 + K\text{sign}(S_1) + Q_1S_1 + \beta|S_2 - S_1|\text{sgn}(S_1) + Q_2\text{sign}(S_2) - \sigma = b_1e_u$, \dot{V} devient:

$$\dot{V} = -k|S_1| - Q_1S_1^2 - \beta|S_2 - S_1||S_1| + \sigma S_1 - Q_2\text{sign}(S_2)S_1 + S_1b_1e_u - (\rho\mathcal{E}^TW\tilde{c} - \rho b_1e_u + \gamma_1\tilde{c}^Tc + \gamma_2\tilde{\rho}\rho) \quad (4.68):$$

De l'équation (4.64), il vient:

$$\dot{V} = -k|S_1| - Q_1S_1^2 - \beta|S_2 - S_1||S_1| + \sigma S_1 - Q_2\text{sign}(S_2)S_1 + S_1b_1e_u - |b_1|e_u^2 + b_1(\tilde{\rho}\mathcal{E}^TWc^* - \rho^*\varepsilon)e_u + \gamma_1\tilde{c}^Tc + \gamma_2\tilde{\rho}\rho \quad (4.69)$$

En utilisant les égalités évidentes suivantes :

$$\gamma_1\tilde{c}^Tc = \gamma_1\tilde{c}^T(-\tilde{c} + c^*) = -\frac{\gamma_1}{2}\|\tilde{c}\|^2 - \frac{\gamma_1}{2}\|c\|^2 + \frac{\gamma_1}{2}\|c^*\|^2 \quad (4.70)$$

$$\gamma_2\tilde{\rho}^T\rho = \gamma_2\tilde{\rho}^T(-\tilde{\rho} + \rho^*) = -\frac{\gamma_2}{2}\|\tilde{\rho}\|^2 - \frac{\gamma_2}{2}\|\rho\|^2 + \frac{\gamma_2}{2}\|\rho^*\|^2 \quad (4.71)$$

et l'hypothèse suivante :

$$S_1b_1e_u + b_1(\tilde{\rho}\mathcal{E}^TWc^*)e_u - \frac{\gamma_1}{2}\|c\|^2 + \frac{\gamma_1}{2}\|c^*\|^2 - \frac{\gamma_2}{2}\|\rho\|^2 + \frac{\gamma_2}{2}\|\rho^*\|^2 \leq \kappa_1S_1^2 + \kappa_2|b_1|e_u^2 + \frac{\kappa_3}{2}\|\tilde{c}\|^2 + \frac{\kappa_4}{2}\tilde{\rho}^2 \quad (4.72)$$

où $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ et κ_4 sont des constante positives.

L'équation (4.69) devient:

$$\dot{V} \leq -(k - Q_2)|S_1| - (Q_1 - \kappa_1)S_1^2 - (\beta - \alpha)|S_2 - S_1||S_1| + S_1b_1e_u - |b_1|(1 - \kappa_2)e_u^2 - 12\gamma_1 - \kappa_3c^2 - 12(\gamma_2 - \kappa_4)\rho^2 \quad (4.73)$$

si on considère $k > Q_2$, $Q_1 > \kappa_1$, $\beta > \alpha$, $\kappa_2 < 1$, $\kappa_3 < \gamma_1$ et $\kappa_4 < \gamma_2$, \dot{V} peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\bar{\alpha}V \quad (4.74)$$

où $\bar{\alpha} = \min(2(Q_1 - \kappa_1), \eta_1(\gamma_1 - \kappa_3), \eta_2(\gamma_2 - \kappa_4))$.

L'intégrale de (4.75) de 0 à t donne :

$$0 \leq V(t) \leq V(0)e^{-\bar{\alpha}t} \quad (4.75)$$

A partir de cette dernière inégalité, on peut conclure la bornitude des paramètres estimés et par l'utilisation du lemme de Barbalat [2], que S_1 converge vers zéro, c'est-à-dire, $\lim_{t \rightarrow \infty} S_1(t) = 0$.

▪ **Analyse de stabilité de S_2 :**

D'après l'analyse précédente, nous avons

$$\dot{S}_2 = B_{21}^{-1}(-\alpha S_2 - Q_2 \text{sign}(S_2) + b_1 e_u - \Delta_{21}) \quad (4.76)$$

Maintenant, nous considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}S_2^2 + \frac{1}{2}\tilde{c}^T \tilde{c} \quad (4.77)$$

Sa dérivée est donc :

$$\dot{V} = S_2 \dot{S}_2 + \tilde{c}^T \dot{\tilde{c}} \quad (4.78)$$

En remplaçant (4.64), (4.76) dans (4.78), \dot{V} devient :

$$\dot{V} = -\alpha B_{21}^{-1} S_2^2 - B_{21}^{-1} Q_2 |S_2| + b_2 S_2 e_u - B_{21}^{-1} S_2 \Delta_{21} - \eta_1 b_1 e_u^2 \quad (4.79)$$

En utilisant l'inégalité évidente suivante :

$$b_2 S_2 e_u \leq \frac{1}{2} b_2 e_u^2 + \frac{1}{2} b_2 S_2^2 \quad (4.80)$$

L'équation (4.79) devient :

$$\dot{V} \leq -\left(\alpha B_{21}^{-1} - \frac{1}{2} b_2\right) S_2^2 - B_{21}^{-1} Q_2 |S_2| - B_{21}^{-1} S_2 \Delta_{21} - \left(\eta_1 b_1 - \frac{1}{2} b_2\right) e_u^2 \quad (4.81)$$

qui peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\left(\alpha B_{21}^{-1} - \frac{1}{2} b_2\right) S_2^2 - B_{21}^{-1} |S_2| \left(1 - \frac{|\Delta_{21}|}{Q_2}\right) - \left(\eta_1 b_1 - \frac{1}{2} b_2\right) e_u^2 \quad (4.82)$$

il est clair que, sous la condition $\alpha \geq \frac{1}{2} b_2$, $Q_2 \geq |\Delta_{21}|$ et $\eta_1 \geq \frac{1}{2} B_{21}^{-1}$ on peut conclure la convergence de S_2 vers zéro.

4.4.3. Résultats de simulation

Pour tester les performances de la loi de commande PID floue adaptative proposée, nous considérons le problème de stabilisation du système de pont roulant dont le modèle

dynamique est donné à la section 4.2.1.

Les gains de la commande K_P , K_I et K_D sont estimés par un système flou dont la structure est identique au système flou d'exemple de simulation de sous-section 4.2.1.

Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $Q_1 = 4$, $Q_2 = 2$, $\eta = 0.5$, $\beta = 0.13$, $\alpha = 4.2$, $K = 1$, $\eta_1 = 0.01$, $\eta_2 = 1$, $\lambda_1 = 0.65$, $\lambda_2 = 40$.

Les résultats de la simulation, dans le cas où la direction de commande inconnue est positive ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$), sont illustrés par les Figures 4.10 à 4.13. Les résultats de la simulation dans le cas où la direction de commande inconnue est négative ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$), sont illustrés par les Figures 4.14 à 4.17.

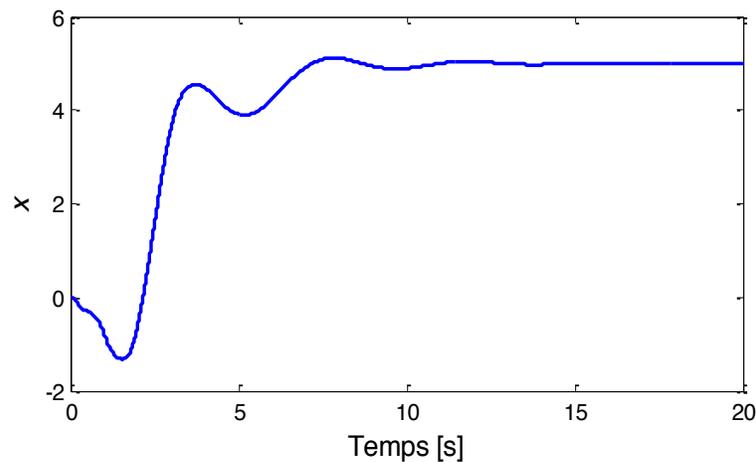


Figure 4.10. Position x ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

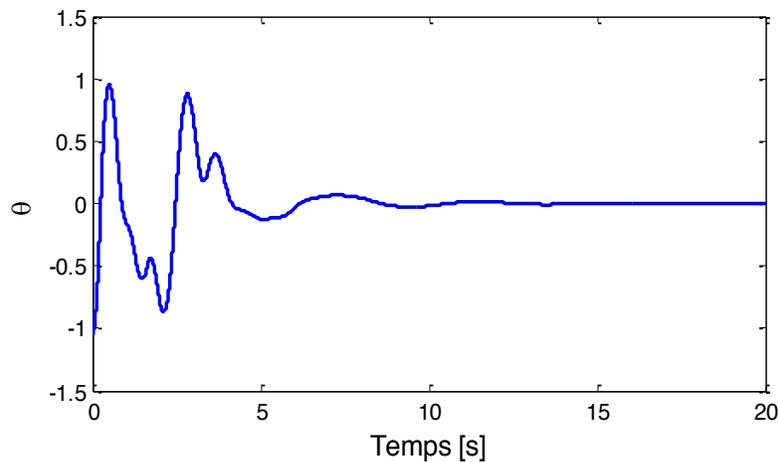


Figure 4.11. Angle θ ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

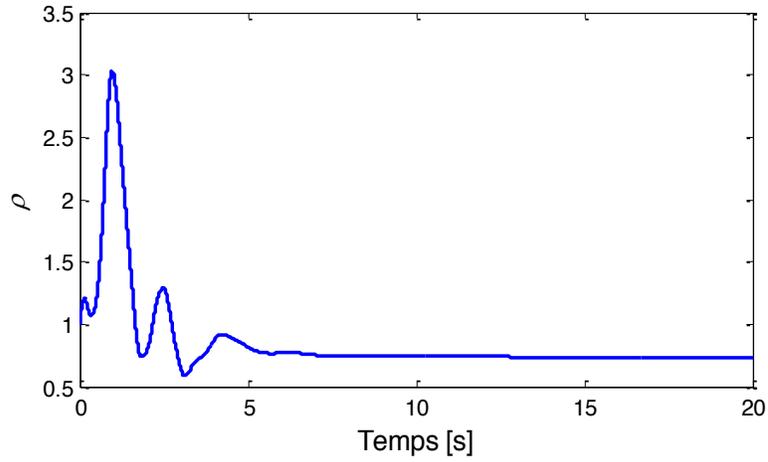


Figure 4.12. Direction de commande estimée ρ ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

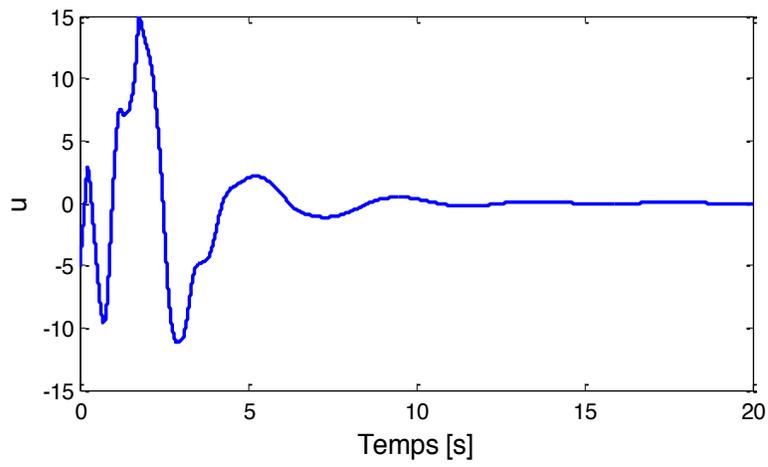


Figure 4.13. Commande u ($b_1 > 0$ et $b_2 > 0$).

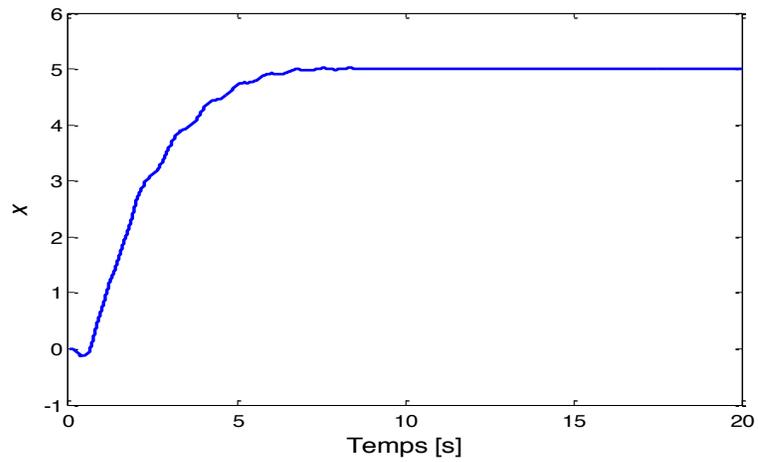


Figure 4.14. Position x ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

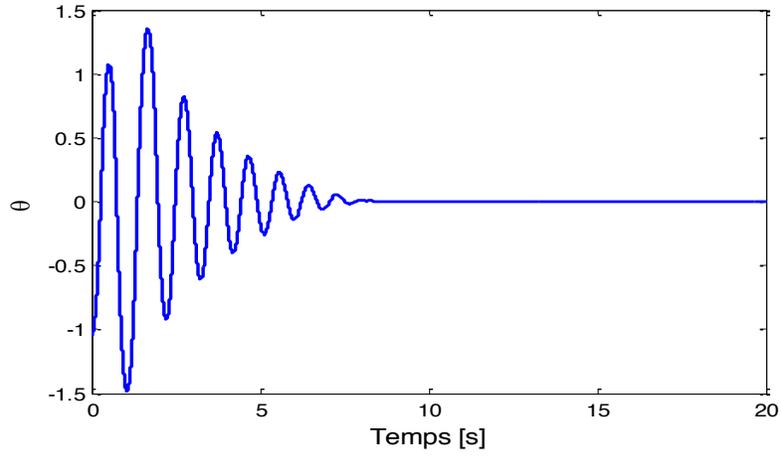


Figure 2.15. Angle θ ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

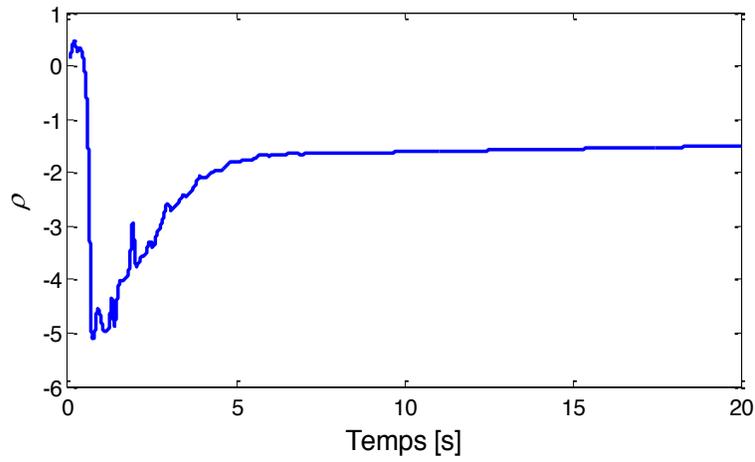


Figure 4.16. Direction de commande estimée ρ ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

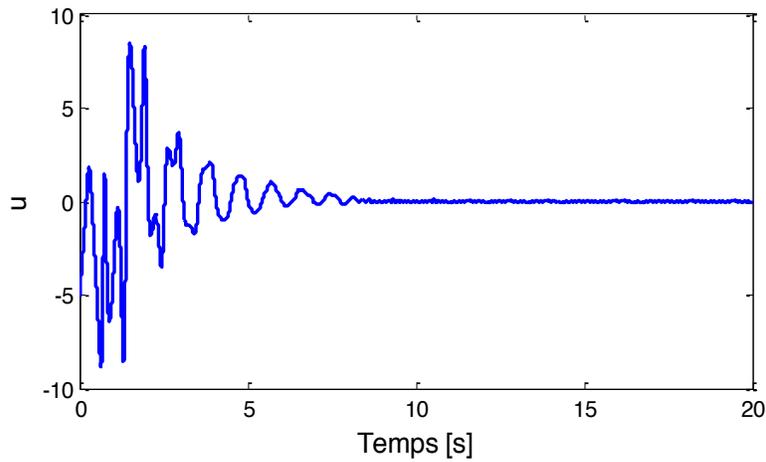


Figure 4.17. Commande u ($b_1 < 0$ et $b_2 < 0$).

On remarque que les trajectoires de sorties convergent vers les valeurs désirées et que les lois de commande et la direction de commande ρ sont bornées. De plus, Il est important de noter que, le signe du gain de commande est correctement identifié.

Le schéma bloc complet des deux commandes proposées est présenté par la Figure 4.18.

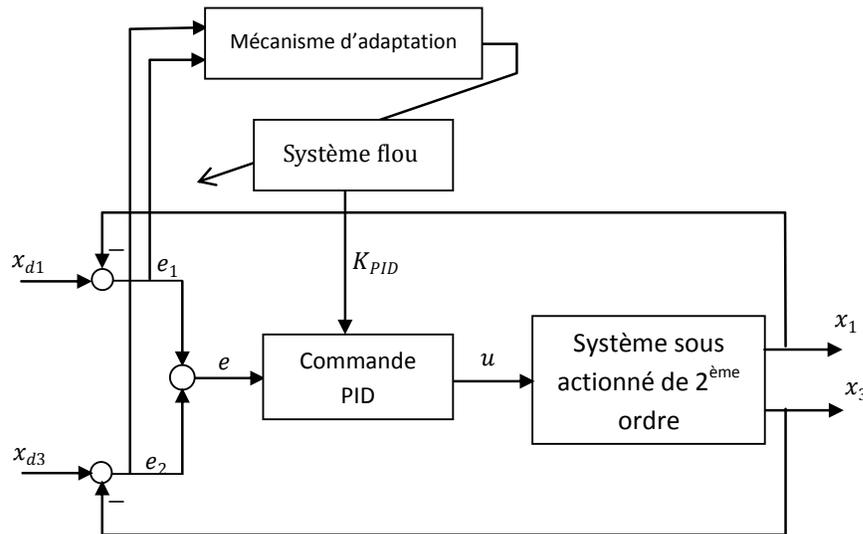


Figure 4.18. Schéma de la commande PID floue adaptative.

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, deux schémas de commande PID floue adaptative ont été développés pour une classe des systèmes non linéaires sous-actionnés dont la dynamique est incertaine et dont le signe des gains de commande est inconnu. Dans les deux schémas, une loi de commande PID adaptative est utilisée afin d'approcher une loi de commande idéale assurant les performances désirées. Les gains de la commande PID sont estimés par un système flou dont les paramètres sont ajustés en ligne en utilisant une certaine loi d'adaptation.

Les deux schémas se distinguent par la façon dont le problème de méconnaissance de la direction de commande est abordé. Dans le premier schéma, la loi d'adaptation est basée sur une fonction de type Nussbaum. La principale contribution de ce schéma est d'extension de l'utilisation de la fonction de type-Nussbaum pour contourner le problème de la méconnaissance de la direction de commande, au cas des systèmes sous-actionnés.

Dans le deuxième schéma, la direction de la commande est représentée par un paramètre dont la valeur est estimée par la loi d'adaptation.

Ces schémas de commande proposés assurent la convergence des sorties du système asymptotiquement vers les valeurs désirées et la bornitude de tous les signaux inhérents au système en boucle fermée. Deux exemples de simulation numérique ont été effectués pour montrer l'efficacité des approches proposées.

Conclusion générale

Les travaux de notre thèse contribuent à l'extension de la commande PID pour prendre en charge des classes systèmes non linéaires inconnus. Les schémas de commande proposés utilisent des lois de commande PID adaptative et combinent ainsi les avantages de la commande classique et la commande adaptative à savoir la structure simple et les qualités de la robustesse et la stabilité de haut niveau.

Dans le premier chapitre, nous avons d'abord présenté les différentes formes des modèles de commande correspondant aux différentes classes de systèmes non linéaires et les différentes structures de commande PID classique. Ensuite, nous avons exposé un état de l'art sur la commande PID des systèmes non linéaires. Plusieurs extensions de la commande PID pour faire face à la complexité des systèmes non linéaires ont été constatées; la technique de linéarisation, la technique de robustification et la technique d'adaptation des gains. Enfin, un rappel sur les systèmes flous et la théorie d'approximation universelle est donné à la fin de chapitre.

Les contributions de notre thèse apparaissent à partir du deuxième chapitre. En effet, deux schémas de commande PID floue adaptative pour une classe de systèmes non linéaires SISO incertains ont été développés dans ce chapitre. Les deux schémas utilisent un système flou pour estimer en ligne les gains optimaux de la loi de commande PID afin que cette dernière recopie une loi de commande idéale qui assure la bornitude de tous les signaux inhérents à la boucle fermée, et la convergence de l'erreur de poursuite vers une région ajustable dans le premier schéma et vers zéro dans le second schéma. L'ajustement en ligne des paramètres du système flou est effectuée au moyen d'une loi d'adaptation de type gradient dans la première approche. Cette dernière est dotée d'un terme de type *e-modification* pour augmenter la robustesse du contrôleur contre les erreurs d'approximation floue. La deuxième approche prend en charge les problèmes de la saturation de la commande et la méconnaissance du signe de gain de commande. A cet effet, la loi d'adaptation est modifiée de manière appropriée pour éliminer l'effet de la saturation de l'amplitude et la vitesse du signal de commande et une fonction de type Nussbaum est utilisée pour estimer le signe du gain de commande.

Dans le troisième chapitre, une approche commande PID floue adaptative est

développée pour une classe de systèmes non linéaires MIMO carrés (complètement actionnés) incertains et présentant des non-linéarités à l'entrée de type « zone-morte ». Dans ce schéma, des systèmes flous adaptatifs ont été utilisés pour approximer les gains optimaux de la commande vis-à-vis un critère des performances du système bouclé, à savoir, la convergence de l'erreur de poursuite vers une région acceptable, et la bornitude de tous les signaux impliqués dans le système. A cet effet, une loi d'adaptation pour la mise à jour des paramètres des systèmes flous est proposée afin de minimiser l'erreur entre la loi de la commande PID et une loi de commande idéale. Pour compenser les erreurs d'approximation floue et améliorer les performances de robustesse, la loi d'adaptation est augmentée par un terme de type *e-modification*.

Le dernier chapitre a été réservé à une classe de systèmes MIMO incertains sous actionnés dont le signe des gains de commande est inconnu. Deux schémas de commande PID floue adaptative ont été développés. Dans les deux schémas, une loi de commande PID adaptative est utilisée afin d'approcher une loi de commande idéale assurant les performances désirées. Les gains de la commande PID sont estimés par un système flou dont les paramètres sont ajustés en ligne en utilisant une certaine loi d'adaptation. Les deux schémas se distinguent par la façon dont le problème de méconnaissance de la direction de commande est abordé. Dans le premier schéma, une fonction de type-Nussbaum a été exploitée pour contourner le problème de la méconnaissance de la direction de commande. Dans le second schéma, la direction de la commande est estimée par une loi d'adaptation. Ces deux approches garantissent la convergence des sorties du système asymptotiquement vers les valeurs désirées et la bornitude de tous les signaux inhérents au système en boucle fermée. Deux exemples de simulation numérique ont été effectués pour montrer l'efficacité des approches proposées.

Tous les schémas de commande qui ont été développés dans cette thèse ont été le sujet d'une étude rigoureuse de stabilité et ont été validés par des exemples de simulation.

En perspective, de nouveaux axes de recherche sont à explorer :

- La synthèse de loi de commande PID adaptative tolérante aux défauts de capteur et d'actionneurs pour des systèmes non linéaires incertains.
- La synthèse de commande PID adaptatives avec observateurs pour des systèmes non linéaires incertains.

Bibliographie

- [1] J. J. E. Slotine et W. Li, *Applied Nonlinear Control*, USA: Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, New-Jersey, 1991.
- [2] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, 2nd edn, Prentice-Hall, EnglewoodCliffs, 1996.
- [3] J. Seo et R. Venugopal, «Feedback linearization based control of a rotational hydraulic drive,» *Control Engineering Practice*, vol. 15, n° 112, pp. 1495-1507, 2007.
- [4] M. Feki, «An adaptive feedback control of linearizable chaotic systems,» *Chaos, Solitons &*, vol. 15, n° 105, pp. 883-890, 2003.
- [5] C. Hua, X. Guan et P. Shi, «Adaptive feedback control for a class of chaotic systems,» *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 23, n° 13, pp. 757-765, 2005.
- [6] J. Wan, «Nonlinear Control of Electronic Throttle Based on Backstepping Approach,» *American Journal of Electromagnetics and Applications*, vol. 6, n° 11, pp. 1-7, 2016.
- [7] V. Utkin, «Variable structure systems with sliding modes,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, n° 12, pp. 212-222, 1977.
- [8] V. Utkin et H. Lee, «chattering problem in sliding mode control systems,» chez *International Workshop on Variable Structure Systems IFAC*, Sardinia, Italy, 2006.
- [9] N. Poursafar, H. Taghirad et M. Haeri, «Model predictive control of non-linear discrete time systems: a linear matrix inequality approach,» *IET Control Theory and Applications*, vol. 4, pp. 1922-1932, 2010.
- [10] V. Ghaffari, A. Safavi et S. Naghavi, «Robust model predictive control of a class of uncertain nonlinear systems with application to typical CSTR problems,» *Journal of Process Control*, vol. 23, pp. 493-499, 2013.
- [11] S. Akhtar et D. Bernstein, «Lyapunov-stable discrete-time model reference adaptive control,» *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 19, p. 745-767, 2005.
- [12] S. Labiod, «Contribution à la commande adaptative floue des systèmes non linéaires,» Thèse de doctorat ENP, Alger, 2004.
- [13] A. Boulkroune, «Commande floue adaptative avec et sans observateur des systèmes non linéaires incertains,» thèse de doctorat ENP, Alger, 2009.
- [14] C.-H. Wang, H.-L. Liu et T.-C. Lin, «Direct Adaptive Fuzzy-Neural Control With State Observer and Supervisory Controller for Unknown Nonlinear Dynamical Systems,» *IEEE Trans. Fuzzy Syst*, vol. 10, n° 11, pp. 39-49, 2002.
- [15] J. Spooner et K. Passino, «Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks,» *IEEE Trans. Fuzzy Syst*, vol. 4, n° 13, pp. 339-359, 1996.
- [16] V. Gazi et K. Passino, «Direct adaptive control using dynamic structure fuzzy systems,» chez

Proceedings of the 2000 American Control Conference, USA, 2000.

- [17] C. Chang, «Adaptive fuzzy-based tracking control for nonlinear SISO systems via VSS and H_∞ approaches,» *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 9, pp. 278-292, 2001.
- [18] K. Åström et T. Häggglund, PID controllers. Research Triangle Park, America: N.C.: Instrument Society of America, 1995.
- [19] W. ZHANG et Y. XI, «Design PID controllers for desired time-domain or frequency-domain response,» *ISA Transactions*, vol. 41, n° 14, pp. 511-520, 2002.
- [20] D. Lu, L. Zhu et X. Li, «PID Parameter Optimization of Shunting and Winch Control System in Coal Transportation Based Online Adaptive Genetic Algorithm,» chez *International Conference on E-Product E-Service and E-Entertainment*, China, 2010.
- [21] S. Srikanth et G. Chandra, «Modeling and pid control of the brushless dc motor with the help of genetic algorithm,» chez *International Conference on Advances in Engineering, Science and Management (ICAESM)*, India, 2012.
- [22] T. Andromeda, A. Yahya, N. Khamis, A. Baharom et M. M., «PID controller,» chez *2012 4th International Conference on Intelligent and Advanced Systems (ICIAS2012)*, Malaysia, 2012.
- [23] J. Chiou, S. Tsai et M. Liu, «A PSO-based adaptive fuzzy PID-controllers,» *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 26, pp. 49-59, 2012.
- [24] O. ERCIN et R. COBAN, «Comparison of the Artificial Bee Colony and the Bees Algorithm for PID Controller Tuning,» chez *Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA), 2011 International Symposium on*, Turkey, 2011.
- [25] X.-M. MA, «Application of ant colony algorithm in PID parameter optimization for mining hoist direct torque control system,» chez *International Conference on Advanced Computer Control (ICACC)*, Singapore, 2009.
- [26] M. Knoop et J. Moreno Pérez, «Nonlinear PI-controller design for a continuous-flow furnace via continuous gain scheduling,» *Journal of Process Control*, vol. 4, n° 13, pp. 143-147, 1994.
- [27] E. Yesil, M. Guzelkaya et I. Eksin, «Internal model control based fuzzy gain scheduling technique of pid controllers,» chez *Proceedings World Automation Congress*, Spain, 2004.
- [28] K. Babulu et D. K. Kumar, «Fuzzy self-adaptive PID controller design for electric heating furnace,» *International Journal of Engineering Inventions*, vol. 1, n° 15, pp. 10-21, 2012.
- [29] J. Lai, H. Zhou et W. Hu, «A New Adaptive Fuzzy PID Control Method and Its Application in FCBTM,» *International Journal of Computers Communications & Control*, vol. 11, n° 13, p. 394, 2006.
- [30] W.-D. Chang, R.-C. Hwang et J.-G. Hsieh, «A self-tuning PID control for a class of nonlinear systems based on the lyapunov approach,» *Journal of Process Control*, vol. 12, n° 12, pp. 233-242, 2002.
- [31] W.-D. Chang et J.-J. Yan, «Adaptive robust PID controller design based on a sliding mode for uncertain chaotic systems,» *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 26, n° 11, pp. 167-175, 2005.

- [32] I. Mizumoto, T. Hirahata, S. Ohdaira et Z. Iwai, «Adaptive PID controller design based on output feedback passivity for discrete-time nonlinear systems,» chez *American Control Conference (ACC'09)*, USA, 2009.
- [33] I. Mizumoto, D. Ikeda, H. Tadashi et Z. Iwai, «Design of discrete time adaptive PID control systems with parallel feedforward compensator,» *Control Engineering Practice*, vol. 18, n° 12, pp. 168-176, 2010.
- [34] J. Chen et C. Yang, «Stable Adaptive Fuzzy PID Controller for Nonlinear Uncertain Systems,» *International Journal of Digital Content Technology and its Applications*, vol. 7, n° 15, pp. 374-382, 2013.
- [35] W.-S. Yu, «Adaptive fuzzy PID control for nonlinear systems with Hinf tracking performance,» chez *International Conference on Fuzzy Systems*, Canada , 2006.
- [36] D. L. Yu et T. K. Chang, «A stable self-learning PID control for multivariable time varying systems,» *Control Engineering Practice*, vol. 15, n° 12, pp. 1577-1587, 2007.
- [37] S. M. Guo, J. S. Tsai, Y. C. Lin, T. J. Tsai et C. W. Chen, «Intelligent-based PID fault tolerant tracking control for unknown nonlinear MIMO systems,» chez *International Conference on Control and Automation*, New Zealand, 2009.
- [38] S. Slama, E. Ayachi et M. Benrejeb, «Adaptive PID controller based on neural networks for MIMO nonlinear systems,» *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, vol. 97, n° 102, pp. 361-371, 2019.
- [39] W.-D. Changa, R.-C. Hwangb et J.-G. Hsiehc, «A multivariable on-line adaptive PID controller using auto-tuning neurons,» *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 16, n° 11, pp. 57-63, 2003.
- [40] T. A. Al Zohairy et K. S. Salem, «Adaptive control for MIMO nonlinear systems based on PID neural networks,» *International Journal Of Engineering And Computer Science*, vol. 5, n° 18, pp. 17673-17678, 2016.
- [41] T. Chamsai, P. Jirawattana et T. Radpukdee, «Robust adaptive PID controller for a class of uncertain nonlinear systems: an application for speed tracking control of an SI engine,» *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2015, pp. 1-12, 2015.
- [42] M. S. Jamalzade, H. R. Koofgar et M. Ataei, «Adaptive fuzzy control for a class of constrained nonlinear systems with application to a surface vessel,» *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 54, n° 13, pp. 987-1000, 2016.
- [43] D. Shen, W. Sun et Z. Sun, «Adaptive PID formation control of nonholonomic robots without leader's velocity information,» *ISA Transactions*, vol. 53, n° 12, pp. 474-480, 2014.
- [44] A. Boubakir, L. Salim et F. Boudjema, «A stable self-tuning proportional-integral-derivative controller for a class of multi-input multi-output nonlinear systems,» *Journal of Vibration and Control*, vol. 18, n° 12, pp. 228-239, 2011.
- [45] Y. Cui, H. Zhang et Y. Wang, «Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems based on generalized fuzzy hyperbolic model,» *Fuzzy Sets Systems*, vol. 306, pp. 105-117, 2017.

- [46] S. Bennett, *A history of Control Engineering*, IEE Control Engineering Series, 1993.
- [47] P. Prouvost, *Automatique-Contrôle et régulation 2/e: Cours, exercices et problèmes corrigés*, Dunod, 2010.
- [48] J. Seo, V. Ravinder et K. Jean-Pierre, «Feedback linearization based control of a rotational hydraulic drive,» *Control Engineering Practice*, vol. 15, n° %112, pp. 1495-1507, 2007.
- [49] M. E. Karam, Z. Jiao et H. Zhang, «PID Controller Optimization by GA and Its Performances on the Electro-hydraulic Servo Control System,» *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 21, n° %14, pp. 378-384, 2008.
- [50] R. K. Mohammad, K. Hamed, M. A. Reza et B. S. Ali, «Designing PID Controllers for a Five-bar Linkage Robot Manipulator Using BBO Algorithm,» chez *6th international conference on modeling, simulation, and applied optimization (ICMSAO)*, Istanbul, 2015.
- [51] H. ZeFang et Z. Long, «A Simple Attitude Control of Quadrotor Helicopter Based on Ziegler-Nichols Rules for Tuning PD Parameters,» *the Scientific World Journal*, vol. 2014, pp. 1-13, 2014.
- [52] M. Freddy, «Modélisation et régulation d'un pendule inversé,» Fascicule de travaux pratiques, Institut d'Automatisation industrielle de l'Ecole d'Ingénieurs du Canton de Vaud, Suisse 2003, 2003.
- [53] B. P. Lal, T. Barjeev et O. G. Hari, «Modelling & Simulation for Optimal Control of Nonlinear Inverted Pendulum Dynamical System using PID Controller & LQR,» chez *Sixth Asia Modelling Symposium*, 2012.
- [54] E. N.-R. Julio, A. Ismael, G.-O. Juan et F. Eduardo, «Mobile robot path tracking using a robust PID controller,» *Control Engineering Practice*, vol. 9, n° %111, pp. 1209-1214, 2001.
- [55] D. Sain, «PID, I-PD and PD-PI Controller Design for the Ball and Beam System : A Comparative Study,» *International Science Press*, vol. 39, n° %19, pp. 9-14, 2016.
- [56] N. M. A. Haq et A. E. Rasul, *Stabilizing and Balancing of Linear and Rotary Inverted Pendulum System*, Bangladesh: University of Engineering and Technology (BUET), 2016.
- [57] K. K. Tan, S. Huang et R. Ferdous, «Robust self-tuning PID controller for nonlinear systems,» *Journal of Process Control*, vol. 12, n° %17, pp. 753-761, 2001.
- [58] K. K. Tan, R. Ferdous et S. Huang, «Robust self-tuning PID controller for nonlinear systems,» *Journal of Process Control*, vol. 57, n° %115, pp. 3005-3011, 2002.
- [59] I. Thirunavukkarasu, V. I. George et R. Satheeshbabu, «Relay Feedback based PID Controller for Nonlinear Process,» *International Journal of Computing of Computing, Communications & Instrumentation Engineering*, vol. 1, n° %11, pp. 144-148, 2014.
- [60] D. H. S. SUN, X. SHAO et C. Liu, «Global stability of a saturated nonlinear PID controller for robotic manipulators,» *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, n° %14, pp. 892-899, 2009.
- [61] V. Santibanez, R. Kelly, A. Zavala-Rio et P. Parada, «A New Saturated Nonlinear PID Global Regulator for Robot Manipulators,» chez *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, Korea, 2008.

- [62] A. Yarza, S. Victor et J. Moreno-Valenzuela, «Global asymptotic stability of the classical PID controller by considering saturation effects in industrial robots,» *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 8, n° 14, pp. 34-42, 2011.
- [63] D. Valery, PI/PID Control for Nonlinear Systems via Singular Perturbation Technique, InTech Europe, 2011.
- [64] D. Valery, «MIMO Tracking PI/PID Controller Design for Nonlinear Systems based on Singular Perturbation Technique,» *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, n° 111, pp. 760-76, 2015.
- [65] D. Y. Valery, «PI and PID Controller Design for Nonlinear Systems in the Presence of a Time Delay via Singular Perturbation Technique,» chez *9th INTERNATIONAL CONFERENCE- APEIE*, Russia, 2008.
- [66] V. D. Yurkevich et G. S. Zinoviev, «PI Controller Design via Singular Perturbation Technique for AC-AC Buck-Boost Converter,» chez *Proc. of the 3-rd. Int. Forum on Strategic Technologies (IFOST)*, Russia, 2008.
- [67] W. Yu, «Nonlinear PD regulation for ball and beam system,» *International Journal of Electrical Engineering Education*, vol. 46, n° 11, pp. 59-73, 2009.
- [68] Y. Choi et W. K. Chung, «PID performance tuning methods for a robotic manipulator based on ISS,» *Asian Journal of Control*, vol. 5, n° 12, pp. 206-216, 2003.
- [69] Y. j. Choi, W. K. Chung et I. Hong Suh, «Performance and H-infinity optimality of PID trajectory tracking controller for Lagrangian systems,» *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, n° 16, pp. 857-869, 2001.
- [70] J. Park et W. Chung, «Design of a robust H_{∞} PID control for industrial manipulators,» *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 22, n° 14, pp. 803-812, 2014.
- [71] Y. Choi, «On the optimality and performance of PID controller for robotic manipulators,» chez *International Conference on Robotics and Automation*, Korea, 2001.
- [72] H. I. Jaafar, Z. MOHAMED, A. F. Z. Abidin et Z. Ab Ghani, «PSO-tuned PID controller for a nonlinear gantry crane system,» chez *International Conference on Control System, Computing and Engineering*, Malaysia, 2012.
- [73] G. Sainzaya, F. N. Yu, T. L. Hsieh et C. Y. Yang, «LQR control with refined PID to balance rotary inverted pendulum with time-varying uncertainty,» chez *International Conference on Fuzzy Theory and Its Applications (iFUZZY)*, Taiwan, 2017.
- [74] P. Jekan et C. Subramani, «Robust Control Design for Rotary Inverted Pendulum Balance,» *Indian Journal of Science and Technology*, vol. 9, n° 128, pp. 1-5, 2016.
- [75] C. J. A. van Kats, «Nonlinear control of a Furuta Rotary inverted pendulum,» University of Technology Department of Mechanical Engineering Division Dynamical Systems Design Dynamics and Control Group, Eindhoven, 2004.
- [76] L. Wang, Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1994.

- [77] S. Labiod, «Contribution à la commande adaptative floue des systèmes non linéaires,» ENP, Alger, 2004.
- [78] L.-X. Wang et J. M. Mendel, «Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation and Orthogonal Least-Squares Learning,» *IEEE transactions on Neural Networks*, vol. 3, n° 15, pp. 807-814, 1992.
- [79] J.-S. Jang et C.-T. Sun, «Neuro-Fuzzy modeling and control,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, n° 13, pp. 378-406, 1995.
- [80] N. Cherrat et H. Boubertakh, «An adaptive fuzzy PI control for a class of unknown nonaffine systems,» chez *3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology CEIT'2015*, Algeria, 2015.
- [81] N. Cherrat et B. Hamid, «An adaptive fuzzy PID control for a class of SISO uncertain nonlinear systems,» chez *The 5th International Conference on Electrical Engineering – Boumerdes (ICEE-B)*, Alger, 2017.
- [82] L. Salim et T. M. Guerra, «Fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems with unknown control gain,» *Evolving Systems*, vol. 3, n° 11, pp. 57-64, 2012.
- [83] P. Ioannou et J. Sun, *Robust adaptive control*, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996.
- [84] L. Salim et T. M. Guerra, «Direct adaptive fuzzy control for nonlinear systems with input amplitude and rate saturation constraints,» chez *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, France, 2008.
- [85] R. D. Nussbaum, «Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control,» *Systems & Control Letters*, vol. 3, n° 15, pp. 243-246, 1983.
- [86] L. Liu et J. Huang, «Global robust output regulation of lower triangular systems with unknown control direction,» *Automatica*, vol. 44, n° 15, pp. 1278-1284, 2008.
- [87] S. Ge et J. Wang, «Robust adaptive neural control for a class of perturbed strict feedback nonlinear systems,» *EEE Trans. Neural Networks*, vol. 13, n° 106, pp. 1409-1419, 2002.
- [88] T. Zhang et Y. Yi, «Adaptive fuzzy control for a class of MIMO nonlinear systems with unknown dead-zone,» *Acta Automatica Sinica*, vol. 33, n° 101, pp. 96-99, 2007.
- [89] X. Wang, C. Su et H. Hong, «Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown dead-zone,» *Automatica*, vol. 40, n° 13, pp. 407-413, 2004.
- [90] N. Cherrat, H. Boubertakh et H. Arioui, «Adaptive fuzzy pid control for a class of uncertain mimo nonlinear systems with dead-zone inputs' nonlinearities,» *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, vol. 42, n° 11, pp. 1-19, 2018.
- [91] S. Bouabdallah, «Design and control of quadrotors with application to autonomous flying,» thèse de doctorat EPFL, Lausanne, 2007.
- [92] M. Reyhanoglu, A. van der Schaft, N. H. McClamroch et I. Kolmanovsky, «Dynamics and control of a class of underactuated mechanical systems,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, n° 19, pp. 1663-1671, 1999.

- [93] F. Nafa, S. Labiod et H. Chekireb, «Direct adaptive fuzzy sliding mode decoupling control for a class of underactuated mechanical systems,» *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, vol. 21, n° 16, pp. 1615-1630, 2013.
- [94] C. L. Hwang, C. C. Chiang et Y. W. Yeh, «Adaptive fuzzy hierarchical sliding-mode control for the trajectory tracking of uncertain underactuated nonlinear dynamic systems,» *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, n° 12, pp. 286-299, 2014.
- [95] W. Wang, J. Yi, D. Zhao et D. Liu, «Design of a stable sliding-mode controller for a class of second-order underactuated systems,» *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 151, n° 16, pp. 683-690, 2004.
- [96] Y. Ming et L. Baoyin, «Disturbance adaptive control for an underactuated spherical robot based on hierarchical sliding-mode technology,» chez *In Control Conference (CCC), 2012 31st Chinese*, Chinese, 2012.
- [97] J. Yi, W. Wang, D. Zhao et X. Liu, «Cascade sliding-mode controller for large-scale underactuated systems,» chez *In: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Canada, 2005.
- [98] W. Wang, X. Liu et J. Yi, «Structure design of two types of sliding-mode controllers for a class of under-actuated mechanical systems,» *IET Control Theory and Applications*, vol. 1, n° 11, pp. 163-172, 2007.
- [99] Y. Hao, J. Yi, D. Zhao et D. Qian, «Robust control using incremental sliding mode for underactuated systems with mismatched uncertainties,» chez *American Control Conference*, Washington, USA, 2007.
- [100] Y. Mon et C. Lin, «Hierarchical fuzzy sliding-mode control,» chez *3rd International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE'02)*, Honolulu, 2002.
- [101] L. Tuan et S. Lee, «Sliding mode controls of double-pendulum crane Sliding mode controls of double-pendulum crane,» *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 27, n° 16, pp. 1863-1873, 2013.
- [102] C. Kung, C. TH et L. Huang, «Adaptive fuzzy sliding mode control for a class of underactuated systems,» chez *International Conference on Fuzzy systems*, Korea, 2009.
- [103] W. Wang, J. Yi, D. Zhao et X. Liu, «Design of cascade fuzzy sliding-mode controller,» chez *American Control Conference*, Portland, 2005.
- [104] S. Moussaoui et A. Boulkroune, «Fuzzy approximation-based adaptive sliding-mode control scheme for underactuated systems,» chez *International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT)*, Tlemcen, 2015.
- [105] R. Wai, M.-A. Kuo et J.-D. Lee, «Design of cascade adaptive fuzzy sliding-mode Control for nonlinear two-Axis inverted-pendulum servomechanism,» *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 16, n° 15, pp. 1232-1244, 2008.
- [106] X. Ye, «Adaptive Nonlinear Output-Feedback Control with Unknown High-Frequency Gain Sign,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, n° 11, pp. 112-115, 2001.
- [107] A. Boulkroune, M. Tadjine, M. M'Saad et M. Farza, «Fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear

- systems with known and unknown control direction,» *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 161, n° 16, pp. 797-820, 2010.
- [108] M. Spong, «Underactuated mechanical systems,» *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 230, pp. 135-150, 1998.
- [109] N. Cherrat et B. Hamid, «An adaptive fuzzy PID control for a class of uncertain nonlinear underactuated systems,» chez *8th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC-2016)*, Algiers, Algeria, 2016.
- [110] S. Labiod et T. M. Guerra, «Fuzzy Adaptive Control for a Class of Nonlinear Systems with Unknown Control Gain,» *Evolving Systems*, vol. 3, n° 11, pp. 57-64, 2011.
- [111] S. Labiod et G. Guerra, «Direct Adaptive Fuzzy Control for a Class of Nonlinear Systems With Unknown Control Gain Sign,» chez *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vancouver, Canada, 2016.