Université d'Évry Paris-Saclay – UFR Sciences et Technologies
Master 2 – Parcours RI (robotique intelligente et industrielle) – Année universitaire 2026–2027

Travaux dirigés – Vision pour la robotique

Vision géométrique et asservissement visuel

Hicham Hadj-Abdelkader

hicham.hadjabdelkader@univ-evry.fr – https://www.ibisc.univ-evry.fr/~hhadjabdelkader/

Organisation. Deux séances de 2 h (4 h). Chaque séance prépare directement un TP de 4 h :

TD	Thème	Chapitre du CM	TP préparé
1	Caméra, calibration, main–œil, homographie de la table	Ch. 1	TP1
2	Asservissement visuel 2D et 2D 1/2 d'un bras	Ch. 2	TP2

Les autres exercices (distorsion, primitives, RANSAC, géométrie épipolaire, caméra déportée, temps discret, PBVS) et le TD 5 (commande référencée capteurs) figurent dans la version complète du recueil, pour le travail personnel.

Notations. Coordonnées normalisées $x = X/Z$, $y = Y/Z$; pixels $u = f_x x + c_x$, $v = f_y y + c_y$. Repère caméra : z_c selon l'axe optique, x_c vers la droite de l'image, y_c vers le bas. Sauf mention contraire,

$$K = \begin{bmatrix} 800 & 0 & 640 \\ 0 & 800 & 360 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(image } 1280 \times 720 \text{ pixels).}$$

Une calculatrice est nécessaire ; MATLAB est autorisé pour vérifier les calculs matriciels.

TD 1 – Caméra, calibration main–œil et homographie de la table (2 h)

Contexte robotique

Une caméra fixe de matrice K ci-dessus regarde verticalement une table de travail, à la hauteur $h = 1{,}0\,\text{m}$. Repère table $\mathcal{F}_t$: origine à la verticale du centre optique, x_t, y_t dans le plan de la table, z_t vers le haut. Repère caméra : $x_c = x_t$, $y_c = -y_t$, $z_c = -z_t$ (vers la table).

Exercice 1 – Projection d'un point de la table

1. Donner ${}^t\mathbf{R}_c$ et ${}^t\boldsymbol{t}_c$, puis l'expression des coordonnées caméra (X_c, Y_c, Z_c) d'un point de coordonnées table (X_t, Y_t, Z_t).
2. Calculer les pixels de $P_1 = (0, 0, 0)$, $P_2 = (0.2,\ 0.1,\ 0)$ (un coin de pièce posé sur la table) et $P_3 = (0.2,\ 0.1,\ 0.1)$ (le même coin, sur le dessus d'une boîte de 10 cm).

3. *Hypothèse « plan de la table ».* On mesure un point en (u, v) et on le suppose sur la table. Montrer que $X_t = h\,(u - c_x)/f_x$ et $Y_t = -h\,(v - c_y)/f_y$. Appliquer au pixel de P_3 : quelle erreur commet-on ? Comment l'éviter ?
4. Quelle distance sur la table correspond à un pixel ? à une précision de détection de 0,1 px ?
5. En réalité la caméra est inclinée de 2°. Quelle erreur commet-on sur la position du point vu au centre de l'image ? Conclure sur l'importance de la calibration extrinsèque.

Exercice 2 – Calibration main–œil

Une caméra est montée sur la pince d'un bras. On cherche $X = {}^{e}\mathbf{T}_{c}$. On amène la caméra devant une mire fixe sous trois poses $1, 2, 3$; le contrôleur donne les poses de l'effecteur ${}^{b}\mathbf{T}_{e_i}$ et la calibration donne les poses de la mire ${}^{c_i}\mathbf{T}_{o}$.

1. Montrer que $A_i X = X B_i$ avec $A_i = {}^{b}\mathbf{T}_{e_1}^{-1}\,{}^{b}\mathbf{T}_{e_{i+1}}$ et $B_i = {}^{c_1}\mathbf{T}_{o}\,{}^{c_{i+1}}\mathbf{T}_{o}^{-1}$. Interpréter A_i et B_i.
2. Montrer que R_A et R_B ont le même angle et que leurs axes vérifient $\mathbf{u}_A = R_X \mathbf{u}_B$.
3. Les deux mouvements de l'effecteur sont des rotations de 90° autour de x_e (A_1) puis de y_e (A_2). Les rotations mesurées pour la caméra sont de 90° autour de $\mathbf{u}_{B_1} = (0, -1, 0)$ et $\mathbf{u}_{B_2} = (1, 0, 0)$. En déduire R_X (on utilisera aussi $\mathbf{u}_{A_1} \times \mathbf{u}_{A_2} = R_X(\mathbf{u}_{B_1} \times \mathbf{u}_{B_2})$).
4. Les translations sont $\mathbf{t}_{A_1} = (0,\, 0.1,\, 0)$, $\mathbf{t}_{A_2} = (0.1,\, 0,\, 0)$, $\mathbf{t}_{B_1} = (0.06,\, 0,\, -0.04)$, $\mathbf{t}_{B_2} = (0,\, -0.08,\, -0.1)$ (m). Écrire le système linéaire $(R_{A_i} - I)\,\mathbf{t}_X = R_X \mathbf{t}_{B_i} - \mathbf{t}_{A_i}$ et le résoudre.
5. Pourquoi des mouvements de translation pure de l'effecteur ne permettent-ils pas d'estimer R_X ? Pourquoi faut-il deux rotations d'axes non parallèles ?

Exercice 3 – Calibration par la méthode de Zhang

On utilise une mire plane (damier) ; le repère mire a son plan en $Z = 0$.

1. Montrer que l'image d'un point de la mire s'écrit $\mathbf{x} \sim H\,(X, Y, 1)^{\top}$ avec $H = K[\mathbf{r}_1\ \mathbf{r}_2\ \mathbf{t}]$. Combien de correspondances faut-il au minimum pour estimer H ?
2. En utilisant $\mathbf{r}_1^{\top}\mathbf{r}_2 = 0$ et $\|\mathbf{r}_1\| = \|\mathbf{r}_2\|$, établir les deux contraintes sur $\omega = K^{-\top}K^{-1}$. Combien d'images faut-il au minimum pour estimer les 5 paramètres intrinsèques ? Et si l'on impose $s = 0$ et $f_x = f_y$?
3. Pour une des vues, l'homographie estimée (normalisée telle que $h_{33} = 1$) vaut

$$H = \begin{bmatrix} 624.86 & -295.40 & 573.33 \\ 90.967 & 515.90 & 393.33 \\ -0.049493 & -0.28069 & 1 \end{bmatrix}.$$

   Avec la matrice K connue, calculer $K^{-1}H$, puis le facteur μ, les vecteurs $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ et $\mathbf{t}$. Vérifier que $\|\mathbf{r}_2\| = 1$.
4. En pratique les données sont bruitées et $[\mathbf{r}_1\,\mathbf{r}_2\,\mathbf{r}_3]$ n'est pas exactement une rotation. Comment la corriger ? Quelle étape termine toujours la calibration ? En quoi ces poses de mire servent-elles à la calibration main–œil ?

Exercice 4 – Homographie de la table et caméra embarquée

1. On reprend la caméra fixe de l'exercice 1 ($h = 1\,\text{m}$). Écrire l'homographie H_t qui associe à un point de la table (X_t, Y_t) son pixel. Comment obtient-on une vue redressée (métrique) de la table ?
2. Une caméra embarquée regarde la table verticalement à $d = 0{,}5\,\text{m}$. Le bras la déplace de 10 cm selon x_c entre deux images. Dans le repère caméra 1, la table est le plan $\mathbf{n}^{\top}\mathbf{X} = d$ avec $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$. Donner R, $\mathbf{t}$ ($\mathbf{X}_2 = R\mathbf{X}_1 + \mathbf{t}$) et l'homographie euclidienne $H_e = R + \mathbf{t}\mathbf{n}^{\top}/d$.

3. Calculer l'image dans la vue 2 du point normalisé $\mathbf{x}_1 = (0.1, 0.05)$. De combien de pixels s'est-il déplacé ?
4. Inversement, on a estimé H_e par DLT (normalisée de sorte que $\sigma_2(H_e) = 1$) et l'on sait que la rotation est nulle. Comment retrouver $\mathbf{t}$ en mètres ? Comparer avec la consigne envoyée au robot : à quoi peut servir cette comparaison ?

Lien avec le TP

TP1 : calibration de la caméra embarquée (Zhang puis boîte à outils MATLAB), calibration main–œil à partir des poses du robot, homographie de la table (vue redressée, mesure des pièces, points de saisie).