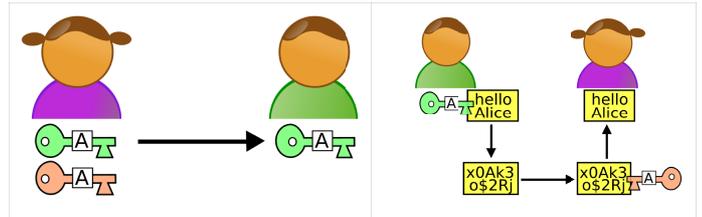


Chiffrement symétrique: nombre et diffusion des clefs

- Pour permettre à n personnes de communiquer,
 - il faut que chaque personne ait les clefs des $(n-1)$ autres.
 - Au total: $n(n-1)$ clefs
- Centrale de clefs:
 - Elle a la clef secrète de chaque utilisateur
 - Les utilisateurs lui envoient les messages
 - Elle les déchiffre et le rechiffre avec la clef privée du destinataire
 - Il faut n clefs
 - La centrale peut lire les messages de tout le monde et doit stocker les clefs de façon sûre.

Principe du chiffrement asymétrique

- La clef de chiffrement est publique
- La clef de déchiffrement est secrète et ne sert qu'au déchiffrement
- La clef publique
 - Ne permet pas de déchiffre
 - Ne permet pas à un attaquant de trouver la clef privée



Chiffrement à clef publique

- Il est constitué de 3 algorithmes
 - L'algorithme de génération des clefs
 - $(pk, sk) = KG(l)$ produit un couple clef privée, clef publique à partir d'un paramètre de sécurité l (souvent une saisie aléatoire)
 - L'algorithme de chiffrement
 - $C = E(M, pk)$ utilise la clef publique pk
 - L'algorithme de déchiffrement
 - $M = D(C, sk)$ utilise la clef privée sk
- On a $M = D(E(M, pk), sk)$
- On a **parfois** $M = E(D(M, sk), pk)$. Les procédés qui vérifient cette seconde propriété peuvent servir de base à un procédé de signature

Le chiffrement RSA

- Soit deux grands nombres premiers impairs p et q
- $n = pq$
- Soit e un entier tel que
 - $1 < e < \varphi(n) = (p-1)(q-1)$. $\varphi(n)$ est l'ordre du groupe multiplicatif $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$
 - $\text{PGCD}(e, (p-1)(q-1)) = 1$ (i.-e. e est premier avec $\varphi(n)$)
- Soit d tel que $d = e^{-1} \pmod{\varphi(n)}$ (d est l'inverse de e dans $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$) donc il existe u tel que $ed + u\varphi(n) = 1$
- D'après le théorème d'Euler ($x^{\varphi(n)} = 1 \pmod{n}$)
 - $(m^e)^d = m^{ed} = m^{1+u\varphi(n)} = m \pmod{n}$

RSA:

- Informations publiques :
 - $n = pq$ (p et q premiers)
 - e
- Informations privées:
 - $d = e^{-1} \pmod{\varphi(n)}$: clef secrète
- Génération de clefs: $((n, e), d) = KG(l)$
- Chiffrement: $C = E(m) = m^e \pmod{n}$
- Déchiffrement: $m = D(C) = C^d = m^{ed} = m \pmod{n}$

Propriétés de RSA

- Propriété multiplicative
 - Le chiffré d'un produit est égal au produit des chiffrés
 - $(m_1 m_2)^e = m_1^e m_2^e = c_1 c_2 \pmod{n}$
 - Conséquence: attaque à chiffré choisi
 - Soit C un message chiffré ($C = E(m)$, m est inconnu)
 - Supposons qu'on connaisse r et C' tels que
 - On sait déchiffrer C' en m'
 - $C' = r^e C$
 - Alors on sait déchiffrer C car $m' = r.m$

Propriétés de RSA

- Chiffrement et déchiffrement sont commutatifs
- $m = D(C(m)) = m^{ed} = C(D(m)) = m^{de}$
- Conséquence: RSA pourra être utilisé comme base d'un algorithme de signature:
 - On signe un document en chiffrant avec la clef privée
 - On le vérifie en déchiffrant avec la clef publique
- Pouvoir être déchiffré avec la clef publique est-il une preuve que ça a été chiffré avec une clef privée donnée ?

RSA: sélection des paramètres

- Choisir p et q de taille similaire pour éviter la factorisation par courbes elliptiques
- Choisir p et q au hasard pour éviter que p et q soit trop proches (sinon p et q de l'ordre de racine de n)
- Choisir p et q des nombres premiers forts
 - p-1 a un grand facteur premier (pour éviter l'algo p-1 de Pollard). grand=au moins 200bits
 - p+1 a un grand facteur premier (pour éviter l'algo de Williams)
 - r-1 a un grand facteur premier (attaques par cycles)
- Tiré de [Bresson]

Sécurité de RSA

- 2 méthodes d'attaque
 - Trouver d ou p et q : problème de factorisation
 - Trouver m à partir de m^e : extraction de racines e-ièmes
- En pratique, la factorisation est la seule méthode connue pour casser RSA
 - C'est un problème difficile
- Il n'a pas été prouvé que RSA était aussi solide que la factorisation
 - Apparition d'une attaque plus simple que la factorisation possible

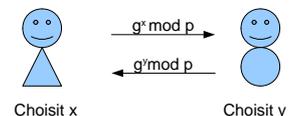
Diffie Hellman

- Années 1970: comment se passer de la transmission d'un secret partagé ?
- Réponses :
 - Chiffrement à clef publique: RSA 1977
 - Diffie Hellman 1976 : se mettre d'accord sur un secret partagé en n'échangeant que des informations publiques

Diffie Hellman: de l'importance la commutativité

- Exemple d'algorithme d'échange de clef :
 - Alice met un secret dans un coffre
 - Alice ferme le coffre avec un cadenas
 - Alice envoie le coffre à Bob
 - Bob ajoute au coffre un cadenas
 - Bob envoie le coffre à Alice
 - Alice retire son cadenas
 - Alice envoie le coffre à Bob
 - Bob retire son cadenas et lit le secret
- Le fait fondamental est que les cadenas peuvent être mis et retirés dans n'importe quel ordre
- Exemple incorrect: Bob met le coffre d'Alice dans un autre coffre fermé à clef par Bob

Diffie Hellman



- Valeurs publiques:
 - p un grand nombre premier
 - G un groupe multiplicatif de cardinal p-1
 - g un générateur de G
- Secret d'Alice: x, secret de Bob: y
- Secret commun: $K = g^{xy} = (g^x)^y = (g^y)^x$
- Attaque: trouver x connaissant g^x
 - Problème du logarithme discret
 - Pas d'attaque raisonnable si p est grand

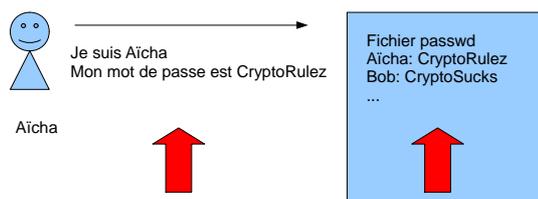
Hachage

- Fonction h à sens unique
 - Entrée de taille quelconque
 - Sortie de taille fixe
 - $h(m)$ est appelé l'empreinte (hash) du message m
- Propriétés:
 - Facile à calculer
 - Inversion difficile: « matériellement impossible » de retrouver m à partir de $h(m)$ (préimage)
 - Seconde préimage: m est donné. Trouver m' tel que $h(m)=h(m')$ (enjeu: liberté sur certaines parties de m')
 - Collision difficile (ou faiblement résistante aux collisions): « matériellement impossible » de retrouver m' tel que $h(m)=h(m')$
 - Dispersion: changer un bit du message initial change de nombreux bits de la sortie

Hachage: un mauvais exemple

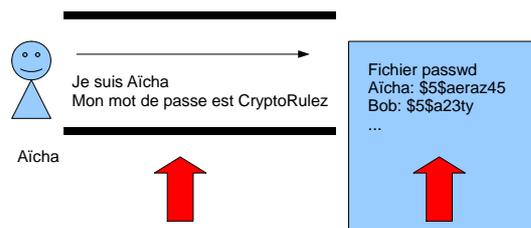
- Posons $h(m)=b_1 \text{ XOR } b_2 \text{ XOR } b_3 \dots \text{ XOR } b_n$ avec $m=b_1b_2b_3\dots b_n$
- $h(10110)=1$
- Trouver m tel que $h(m)=0$ (facile)
- Collisions: $h(111)=h(001)=1$

Hachage: applications



- Si le mot de passe :
 - Passe en clair sur le réseau : peut être espionné
 - Est stocké en clair: peut-être volé
 - Le vol de données personnelles et de mot de passe est un problème courant sur les sites Web
 - => utiliser des mots de passe différents

Hachage: applications



- Solution :
 - Stocker l'empreinte du mot de passe

Hachage: applications

- Stockage des mots de passe:
 - On stocke $h(\text{mdp})=\text{hash}$
 - Quand un utilisateur à authentifier saisit son mot de passe m ,
 - $h(m) = \text{hash}$? Oui => OK
 - Pb: éviter que deux utilisateurs ayant le même mot de passe aient la même valeur stockée
 - Ajout d'une valeur (grain de sel ou « salt ») : s
 - On stocke s et $h(s+\text{mdp})=\text{hash}$
 - Stocker s : pour calculer $h(s+m)$
 - Attaque:
 - le pirate peut avoir $h(\text{mdp})$
 - Il cherche m' tel que $h(m')=h(\text{mdp})$

Hachage: applications

- Validation de l'intégrité des données
 - On obtient m (par un canal performant) et h (par un canal sur)
 - On vérifie que $h=h(m)$ pour vérifier l'intégrité de m
 - Nécessite que h soit faiblement résistante aux collisions.
- Attaque:
 - Proposer m' (contenant un cheval de troie par ex.) tel que $h(m')=h$

Hachage: applications

- signature de données volumineuses
 - Signature de donnée m
 - On calcule $h(m)=h$
 - On signe $h(m)$ avec un procédé de signature s : sig
 - On transmet m, h et sig
 - Vérification de la signature
 - On vérifie l'intégrité de h grâce à sig
 - On vérifie que $h=h(m)$ pour vérifier l'intégrité de m
 - Nécessite que h soit faiblement résistance aux collisions.
- Attaque:
 - Proposer m' (contenant un cheval de troie par ex.) tel que $h(m')=h$

Hachage: attaque des anniversaires

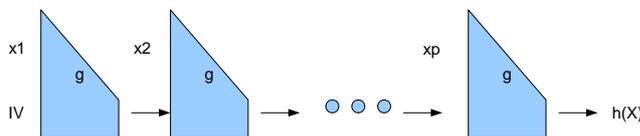
- On calcule et on stocke autant de valeur de h qu'on le peut
- Question: combien en faut-il pour avoir une probabilité $\frac{1}{2}$ de trouver une collision (2 valeurs différentes ayant la même empreinte) ?
- Réponse : $(1 + \sqrt{1 + 8 * \ln(2) * 2^n}) / 2$
 - Soit un peu plus que $2^{n/2}$ (n est la taille de l'empreinte en nombre de bits)
 - De nos jours (12/2008), 128 ou 160 sont des valeurs minimales

Fonction de compression: construction à partir d'algo de chiffrement

- $g(k,x) = e(k,x)$
- $g(k,x) = e(k,x) \text{ XOR } x$
- $g(k,x) = e(k,x) \text{ XOR } x \text{ XOR } k$
- $g(k,x) = e(k,x \text{ XOR } k) \text{ XOR } x$
- $g(k,x) = e(k,x \text{ XOR } k) \text{ XOR } x \text{ XOR } k$
- Si e est solide, on a l'impression que g est solide
- Rien de prouvé

Hachage: fonction de compression

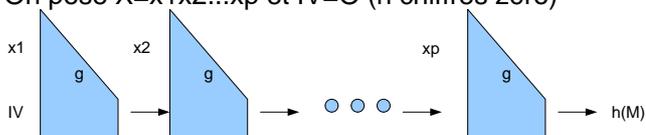
- Soit g :
- $\{0,1\}^m \rightarrow \{0,1\}^n$
- $r=m-n$
 - $r > 0$
 - g résistante aux collisions
- Idée: enchaîner g suffisamment pour passer d'un mot M de taille quelconque à un mot de taille donnée.
On pose $M=X=x_1x_2x_3\dots x_p$
• Avec taille de $X_i=r$
• Quitte à ajouter des bits de bourrage si la taille de X n'est pas divisible par r
On choisit un IV de taille n
 $IV+x_1$ est de taille m (+ : concaténation)
 $g(IV+x_1)$ est de taille n



Ce schéma simple n'est pas assez solide. Il le devient si on remplace X par une valeur convenablement choisie déduite de X : Construction de Merkle-Damgård

Hachage: Construction de Merkle-Damgård

- Transformation appliquée à M
 - Ajout de zéros en tête de façon à avoir un nombre de chiffres divisible par r
 - Ajout de r zéros en queue de M
 - Soit l la longueur de M
 - On découpe l en bloc de r-1 bits : $l_1l_2l_3\dots l_q$
 - On ajoute le chiffre 1 devant chaque l_i
 - On colle le résultat à la fin
 - Donc $X=0..0M00..01l_11l_21l_3\dots 1l_q$
- On pose $X=x_1x_2\dots x_p$ et $IV=0$ (n chiffres zéro)



Construction de Merkle-Damgård: exemple

- $R=4$, $M=01001010101010101$
 - On ajoute 3 zéros en tête pour obtenir une taille multiple de 4 bits
 - On ajoute 4 zéros à la fin
 - La taille de M est 17 bits donc 10001 en base 2. Cela fait 5 chiffres. On ajoute un zéro devant pour avoir un nombre de chiffres divisible par 3. $L_1=010$ $L_2=001$
- $X=$ « les 3 zéros » + M + « 4 zéros » + $1L_1$ + $1L_2$
- $X=00001001010101010101000010101001$
- Faire intervenir la taille dans le processus permet d'éviter des attaques où $h(M)=h(M')$ mais taille $M \neq$ taille M'

Hachage: fonctions classiques

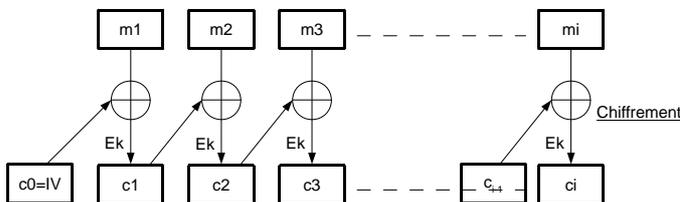
- SHA-1, SHA-256, SHA-512
- MD4, MD5
- MD4, MD5 et SHA-1 sont à éviter

MAC: Message Authentication Code

- But: authentifier un message à l'aide d'un authentifiant de petite taille (de 64 à 256 bits)
- Crypto à clef secrète:
 - un MAC est une fonction de hachage qui prend une clef secrète en argument
 - L'expéditeur et le destinataire du message doivent avoir la clef secrète
- Exemple d'utilisation
 - Alice envoie m à Bob avec son MAC $h=H(k, m)$
 - Bob reçoit m' et h' (a priori $m'=m$ et $h'=h$)
 - Bob calcule $H(k,m')$ et le compare à h' . égalité => OK
 - Un attaquant ne pourrait pas créer m' et h' valides sans connaître k .
 - Remarque: la fonction de déchiffrement ne sert pas.

MAC: CBC-MAC

- CBC-MAC: on applique la méthode CBC et on garde seulement le dernier bloc chiffré



Mac versus signatures

- Signature
 - Mécanisme à clef publique
 - Non répudiation
 - Authentification du signataire
 - Intégrité des données
- MAC:
 - Mécanisme à clef secrète
 - Authentification de l'émetteur
 - Intégrité des données

PKI: Public Key Infrastructure (IGC: Infrastructure de Gestion de Clefs)

- Problème:
 - comment être sûr qu'une clef publique est valide et est bien la clef publique d'une personne donnée ?
- Solutions:
 - PGP: confiance transitive : WeB Of Trust
 - Certification par un tiers de confiance : IGC

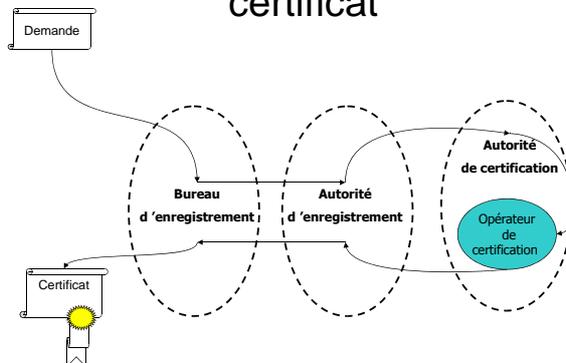
IGC: définition

- IGC: ensemble de moyens matériels, de logiciels, de composants cryptographiques mis en oeuvre par des personnes, combinés par des politiques, des pratiques, des procédures requises qui permettent de :
 - créer
 - gérer
 - conserver
 - distribuer
 - révoquerdes certificats basés sur la cryptographie asymétrique

éléments obligatoires d'une IGC

- 3 éléments obligatoires :
 - autorité de certification
 - autorité d'enregistrement
 - service de publication

PKI: processus de création d'un certificat



• autorité de certification (CA ou Certification Authority en anglais)

- autorité de confiance reconnue par une communauté d'utilisateurs
- délivre et gère des certificats de clefs publiques
- maintient une liste des certificats révoqués (LCR en français, CRL en anglais)
- les certificats sont conformes à la norme X.509
- génère les certificats à clef publique et garantit l'intégrité et la véracité des informations qu'ils contiennent en les signant avec sa clef privée

• Autorité d'enregistrement (RA: Registry Authority)

- intermédiaire entre l'utilisateur et l'autorité de certification.
- l'utilisateur s'adresse à elle
- en application de la politique de certification, elle vérifie les données de l'utilisateur :
 - identité
 - correspondance clef privée/publique
 - ...
- transmet les informations validées à l'AC

• Service de publication

- met à la disposition de la communauté les certificats générés par l'AC
- publie aussi la liste des certificats révoqués

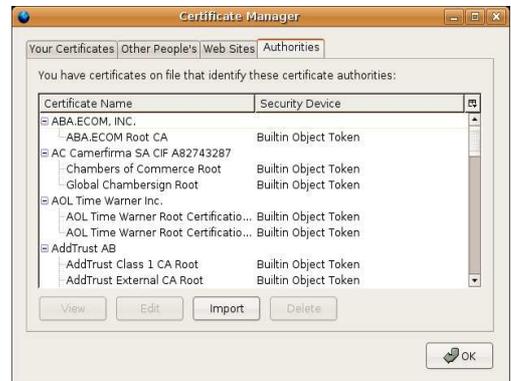
• Composants optionnels de l'IGC

- autorité d'horodatage (AH ou Timestamping Authority)
 - date des données qui lui sont transmises
 - Le Protocole D'horodatage (ou Time-Stamp Protocol) : rfc 3161
- service de séquestre:
 - stocke de façon sûre des clefs privées
 - pour permettre le déchiffrement des données en cas de perte
 - ne doit pas concerner les clefs de signature

•Certificat

- contient entre autre
 - l'identité de son propriétaire (personne, machine, ...)
 - sa clef publique signé par une AC
 - période de validité
 - type d'utilisation de la clef (champ optionnel)
 - ...

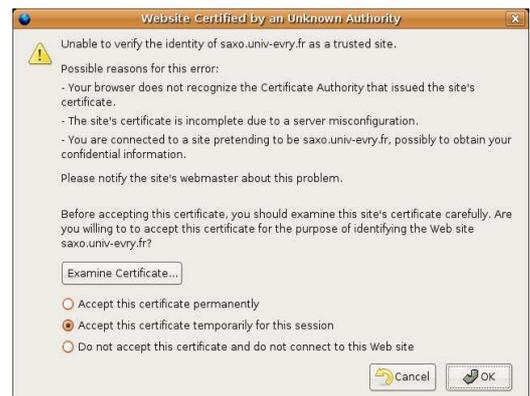
•Exemple: navigateur WeB



•Exemple: navigateur WeB:

- un client se connecte sur le site WeB de l'entreprise
- il obtient les références de l'AC et le certificat
- il vérifie le certificat
- il génère une clef de session qu'il transmet chiffrée au serveur de l'entreprise
- la session est maintenant chiffrée

•Exemple: Pb certification



•Exemple: certificat

