

TD 2 Intro aux SI et BD, L2

Correction

Algèbre Relationnelle

Exercice 1

Soit la base de données (jouet) suivante :

	r1	r2	r3	r4																																																																				
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td></tr> </table>	A	B	C	D	1	2	3	4	1	2	4	6	1	3	5	6	3	5	2	6	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> </table>	A	B	C	D	1	2	3	5	1	2	4	6	1	3	5	6	6	7	2	6	6	7	8	9	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td>4</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td><td>8</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	C	D	E	3	5	7	4	6	7	2	6	8	3	5	2	1	2	3	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><th>F</th><th>G</th></tr> <tr><td>1</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>2</td></tr> </table>	F	G	1	9	8	2
A	B	C	D																																																																					
1	2	3	4																																																																					
1	2	4	6																																																																					
1	3	5	6																																																																					
3	5	2	6																																																																					
A	B	C	D																																																																					
1	2	3	5																																																																					
1	2	4	6																																																																					
1	3	5	6																																																																					
6	7	2	6																																																																					
6	7	8	9																																																																					
C	D	E																																																																						
3	5	7																																																																						
4	6	7																																																																						
2	6	8																																																																						
3	5	2																																																																						
1	2	3																																																																						
F	G																																																																							
1	9																																																																							
8	2																																																																							

- Peut-on calculer $r1 \setminus r2$, $r1 \cup r2$, $r1 \cap r2$, $r1 \cup r3$, $r3 \cap r4$? Pour chaque opération, donner son résultat ou bien, le cas échéant, expliquer pourquoi l'opération est impossible.

	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> </table>	A	B	C	D	1	2	3	4	1	2	3	5	1	2	4	6	1	3	5	6	3	5	2	6	6	7	2	6	6	7	8	9	
A	B	C	D																															
1	2	3	4																															
1	2	3	5																															
1	2	4	6																															
1	3	5	6																															
3	5	2	6																															
6	7	2	6																															
6	7	8	9																															
$r1 \setminus r2 :$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td></tr> </table>	A	B	C	D	1	2	3	4	3	5	2	6	$r1 \cup r2 :$																				
A	B	C	D																															
1	2	3	4																															
3	5	2	6																															
$r1 \cap r2 :$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr> </table>	A	B	C	D	1	2	4	6	1	3	5	6																					
A	B	C	D																															
1	2	4	6																															
1	3	5	6																															

$r1 \cup r3$ et $r3 \cap r4$: Impossible car les schémas des relations ne sont pas identiques.

2. Même question pour $\pi_D(r1)$ et $\pi_{AD}(r1)$.

$\pi_D(r1) :$	D
	4
	6

$\pi_{AD}(r1) :$	A	D
	1	4
	1	6
	3	6

3. Même question pour $\sigma_{A>D}(r1)$, $\sigma_{A=D}(r1)$, $\sigma_{C>2\wedge D>E}(r3)$ et $\sigma_{A\neq F}(r1)$.

$\sigma_{A>D}(r1) = \emptyset$	$\sigma_{A=D}(r1) = \emptyset$
--------------------------------	--------------------------------

$\sigma_{C>2\wedge D>E}(r3) :$	C	D	E
	3	5	2

$\sigma_{A\neq F}(r1) :$ Impossible car F n'appartient pas au schéma de $r1$.

4. Calculer $\rho_{D\rightarrow K}(\rho_{E\rightarrow L}(r3))$.

C	K	L
3	5	7
4	6	7
2	6	8
3	5	2
1	2	3

5. Peut-on calculer $r3 \times r4$, $r3 \bowtie r4$, $r2 \bowtie r3$, $r2 \times r3$, $r2 \times \rho_{D\rightarrow K}(\rho_{C\rightarrow L}(r3))$? Pour chaque opération, donner son résultat ou bien, le cas échéant, expliquer pourquoi l'opération est impossible.

$r3 \times r4 :$	C	D	E	F	G
	3	5	7	1	9
	4	6	7	1	9
	2	6	8	1	9
	3	5	2	1	9
	1	2	3	1	9
	3	5	7	8	2
	4	6	7	8	2
	2	6	8	8	2
	3	5	2	8	2
	1	2	3	8	2

$r3 \bowtie r4 = r3 \times r4$ car les schémas de $r3$ et $r4$ sont disjoints.

	A	B	C	D	E
	1	2	3	5	7
r2 ∼ r3:	1	2	3	5	2
	1	2	4	6	7
	6	7	2	6	8

r2 × r3 : Impossible, car les schémas de r2 et r3 ne sont pas disjoints.

r2 × ρ_{D→K}(ρ_{C→L}(r3)) : une relation dont le schéma est ABCDLKE contenant 25 n-uplets!

6. Même question pour : r1 ÷ π_D(r1), π_B(r1 ÷ π_{BC}(r1)) et π_A(r1 ÷ π_{BC}(r1)).

r1 ÷ π_D(r1) = ∅

π_B(r1 ÷ π_{BC}(r1)) : Impossible car B n'est pas dans le schéma de r1 ÷ π_{BC}(r1)

π_A(r1 ÷ π_{BC}(r1)) = ∅

Attention : opération impossible ≠ résultat vide !!

Exercice 2

1. Soit r1 de schéma S et r2 de schéma S' avec S' inclus dans S.

Proposer une expression Ex de l'algèbre relationnelle ne contenant pas ÷ et telle que r1 ÷ r2 ≡ Ex. Justifiez votre proposition.

correction :

Tout d'abord, un mini-exemple pour l'heuristique :

A	B
a1	b1
a1	b2
a2	b1
a1	b3

B
b1
b2

On veut a1 dans la réponse, mais pas a2.

Ici, on voit que r1 ÷ r2 ≡ π_A(r1) \ π_A[(π_A(r1) × r2) \ r1].

π_A(r1) × r2 : correspond à l'ensemble des couples AB qu'on devrait retrouver dans r1.

(π_A(r1) × r2) \ r1 : correspond à l'ensemble des "mauvais" couples AB.

π_A[(π_A(r1) × r2) \ r1] : correspond aux A pas OK qui ne doivent pas être dans le résultat.

On a donc dans le cas général :

Ex = π_{S \ S'}(r1) \ π_{S \ S'}[(π_{S \ S'}(r1) × r2) \ r1]

La justification formelle générale est fastidieuse ... :(